Recopilación de ejercicios

Matemáticas Aplicadas a las CCSS II

Índice:

Álgebra 2
- Matrices 3
- Programación lineal, ejercicios 9
- Programación lineal, problemas 12

Estadística 16
- Probabilidad 17
- Inferencia 22

Análisis matemático 28
- Análisis 29

Álgebra

- **Matrices**
- **Ejercicios de programación lineal**
- **Problemas de programación lineal**

Matrices

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}\ y\ C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

a) **(1.7 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A^2 \cdot X + C = 2B.$
b) **(0.8 puntos)** ¿Qué dimensiones deben tener las matrices P y Q para que las matrices $(B + C) \cdot P\ \ y\ B \cdot Q \cdot C^t$ sean cuadradas?

Matrices 2

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
a) **(1.7 puntos)** Calcule las matrices X e Y si $X + Y = 2A$ y $X + B = 2Y$
b) **(0.8 puntos)** Analice cuáles de las siguientes operaciones con matrices se pueden realizar, indicando en los casos afirmativos las dimensiones de la matriz D:

$$A + D = C \qquad A \cdot D = C^t \qquad D \cdot A = C \qquad D \cdot A = C^t$$

Matrices 3

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\ y\ C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) **(1.25 puntos)** Resuelva la ecuación . $A \cdot X + B \cdot X = C$
b) **(1.25 puntos)** Calcule $A^4\ y\ A^{80}$

Matrices 4

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\ y\ C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) **(1.25 puntos)** Resuelva la ecuación. $A \cdot X + B \cdot X = C$
b) **(1.25 puntos)** Calcule $A^4\ y\ A^{80}$

Matrices 5

Sean las matrices $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}\ y\ C = \begin{pmatrix} -1 & 8 & -1 \\ -9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

a) **(0.5 puntos)** Determine la dimensión que debe tener una matriz A para que se verifique la igualdad $A \cdot B = 2C^t$
b) **(2 puntos)** Halle la matriz A anterior, sabiendo que de ella se conocen los elementos $a_{31} = 2,\ a_{12} = -3,\ a_{22} = 1$.

Matrices 6

Las filas de la matriz P indican la composición de la flota de vehículos (turismos, furgonetas y camiones) en dos empresas , E_1 (fila 1) y E_2 (fila 2): $P = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 7 & 8 & 1 \end{pmatrix}$
Para contratar el mantenimiento de los vehículos se dispone de dos talleres, el taller A y el B, cuyas tarifas anuales para cada tipo de vehículo en miles de euros vienen dadas por la siguiente matriz: $Q = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, donde la primera fila corresponde al taller A, la segunda fila al taller B, y cada columna se refiere a cada uno de los tipos de vehículos (turismo, furgoneta y camión, respectivamente)

a) **(1.8 puntos)** Calcule $P \cdot Q^t$ y $Q \cdot P^t$ e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.
b) **(0.7 puntos)** A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, ¿dónde le interesa contratar el mantenimiento de los vehículos a cada empresa?

Matrices 7

Sean las matrices
$A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ y & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 9 & z \end{pmatrix} \ y \ D = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$
a) **(1.25 puntos)** Determine los valores de x, y, z para que se verifique la ecuación matricial $A \cdot B^t = C + I$
b) **(1.25 puntos)** Comprobar que para cualquier valor de a se verifica $A^2 = I$. Calcula A^{37}

Matrices 8

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \ y \ C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
a) **(1.2 puntos)** Razone cuáles de las siguientes operaciones son posibles:
$$A \cdot B^t \qquad B + 3C \qquad C \cdot B^t \qquad A \cdot B + C$$
b) **(1.3 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot B \cdot X = C$

Matrices 9

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \ y \ B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
a) **(1 punto)** Calcule la matriz A^{2017} .
b) **(1.5 puntos)** ¿Se verifica la expresión? $(B + A) \cdot (B - A) = B^2 - A^2$?

Matrices 10

a) **(1.5 puntos)** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Calcule $A^{-1}\cdot(B-A^t)$.

b) **(1.5 puntos)** Resuelva y clasifique el sistema $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Matrices 11

Sean las matrices:

$$P=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}, Q=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix} \text{ y } R=\begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}$$

a) **(1 punto)** Calcule, si es posible, $P\cdot Q$ y $Q\cdot P$, razonando la respuesta

b) **(1.5 puntos)** ¿Cuánto deben valer las constantes *a*, *b*, *c* y *d* para que $P\cdot 2Q=R$?

Matrices 12

Una fábrica de muebles elabora 3 modelos de estanterías A, B y C, cada uno en dos tamaños grande y pequeño. Produce diariamente:

- 1000 grandes y 8000 pequeñas del tipo A, cuyos costes de producción son 35 y 20 euros, respectivamente
- 8000 grandes y 6000 pequeñas del tipo B, cuyos costes de producción son 30 y 25 euros
- 4000 grandes y 6000 pequeñas del tipo C, cuyos costes de fabricación son 20 y 15 euros.

a) **(0.25 puntos)** Construye una matriz M de dimensión 3x2 con la distribución de estanterías por modelo y tamaño.

b) **(0.25 puntos)** Construye una matriz N de dimensión 2x3 con el coste de fabricación de las distintas estanterías

c) **(1 punto)** Calcula el producto M·N e indica qué significado tiene cada elemento.

d) **(1 punto)** Calcula el producto N·M e interpreta el significado de cada elemento.

Matrices 13

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -1 \\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $(2A+B)\cdot X=3A-B$.

b) **(1 punto)** Determine en cada caso la dimensión de la matriz D para que se puedan realizar las siguientes operaciones: $C\cdot D+A$, $C^t\cdot D\cdot C$, $D\cdot C^t$, $C\cdot D\cdot C^t$

Matrices 14

En cierto establecimiento hay disponibles dos piensos para perros, el pienso A, y el pienso B, cuyas composiciones por 10g de producto vienen especificadas en la siguiente tabla:

Composición cada 10g	Hidratos de carbono	Proteínas	Grasas
Pienso A	5 unidades	7 unidades	2 unidades
Pienso B	6 unidades	6 unidades	3 unidades

Un veterinario receta dos tipos de dietas a los animales, la dieta M, consistente en 100 g de pienso A y 100 g de pienso B, y la dieta M que consiste en 150 g de pienso A y 50 g de pienso B.

Considera las matrices:

$$D=\begin{pmatrix}5 & 7 & 2\\ 6 & 6 & 3\end{pmatrix};\, M=\begin{pmatrix}100/10\\ 100/10\end{pmatrix}\ y\ N=\begin{pmatrix}150/10\\ 50/10\end{pmatrix}$$

¿Qué significado tienen las matrices M y N?
¿Qué significado tienen las matrices $D^t\cdot M\ y\ D^t\cdot N$? ¿Qué dieta es más rica en proteínas?

Matrices 15

Cierto producto se encuentra disponible en 3 almacenes (A, B y C) y se distribuye a tres tiendas (R, S y T). La siguiente tabla expresa el coste de transportar el citado artículo:

Costes de distribución (€)	Tienda R	Tienda S	Tienda T
Almacén A	2	1	1
Almacén B	1	3	2
Almacén C	2	2	2

Así mismo, la tabla a continuación expresa cuántos artículos ha comprado cada tienda a cada almacén en un mes.

Número de artículos servidos	Tienda R	Tienda S	Tienda T
Almacén A	5	10	4
Almacén B	3	3	7
Almacén C	4	3	1

Que en forma de matriz quedarían: $N=\begin{pmatrix}5 & 10 & 4\\ 3 & 3 & 7\\ 4 & 3 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 2 & 2\end{pmatrix}$

Explica el significado que tiene cada uno de los elementos de la matriz $C\cdot N^t$

Matrices 16

Una pastelería elabora dos tipos de dulce, cuya composición viene dada por:

Composición (g)	Harina	Azúcar	Chocolate	Fresa
Dulce de chocolate	20	20	5	0
Dulce de fresa	30	10	0	5

A su vez, adquiere los ingredientes en dos tiendas, cuyos precios para los ingredientes son:

Precios por g (céntimos de €)	Harina	Azúcar	Chocolate	Fresa
Tienda A	0,9	1	3	2
Tienda B	1	1,1	2,5	2

Si llamamos *x* e *y* a las cantidades fabricadas de dulces de chocolate y fresa respectivamente, y consideramos las matrices:

$$C = \begin{pmatrix} 20 & 20 & 5 & 0 \\ 30 & 10 & 0 & 5 \end{pmatrix}; P = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1{,}1 & 2{,}5 & 2 \end{pmatrix}; y \; N = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$$

Razona el significado de cada uno de los elementos de las matrices:

$$N \cdot C \quad \text{y} \quad N \cdot P \cdot C^t$$

Matrices 17

a) **(1 punto)** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcule los valores de a y b para que se verifique la ecuación $M \cdot A = A$

b) **(1 punto)** Calcula $M^5 \; y \; M^{1000}$

c) **(0.5 puntos)** ¿Existe M^{-1}? En caso afirmativo, calcúlela.

a) **(1 punto)** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcule los valores de a y b para que se verifique la ecuación $M \cdot A = A$

b) **(1 punto)** Calcula $M^5 \; y \; M^{1000}$

c) **(0.5 puntos)** ¿Existe M^{-1}? En caso afirmativo, calcúlela.

Matrices 18

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

a) **(1 puntos)** Determina el rango de la matriz *A* en función del valor de *k*.
b) **(1 punto)** Para *k* = 1 calcula: $\underline{(A^t - I_3) \cdot adj(A)}$
c) **(0.5 puntos)** Para *k* =1 calcula: $A \cdot \frac{(adj(A))^t}{|A|}$

Matrices 19

Dado el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+2y-5z=2 \\ -2x+z=-3 \\ -y-z=0 \end{array}\right\}$

a) **(0.5 puntos)** Exprésalo en la forma $A\cdot X=B$, siendo $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

b) **(1 punto)** Calcula, si existe, la matriz A^{-1}

c) **(1 punto)** Resuelve el sistema de ecuaciones

Matrices 20

Un constructor hace una urbanización con tres tipos de viviendas: S (sencillas), N (normales) y L (lujo).
Cada vivienda está equipada con ventanas de tres tamaños (grande, mediana y pequeña), cuya cantidad viene determinada por la siguiente tabla:

	Ventana grande	Ventana mediana	Ventana pequeña
Tipo S	1	7	1
Tipo M	2	9	2
Tipo L	4	10	3

A su vez, cada ventana grande tiene 4 cristales y 8 bisagras, cada ventana mediana tiene 2 cristales y 4 bisagras y cada ventana pequeña tiene 1 cristal y 2 bisagras.

a) **(0.5 puntos)** Expresa la tabla anterior como una matriz *A*.

b) **(0.5 puntos)** Escribe una matriz *B* de dimensión 3 x 2 que describa el número de cristales y bisagras de cada tipo de ventana

c) **(1.5 punto)** Calcule el producto *A*·*B* e indique el significado que tiene cada elemento.

Matrices 21

Sea la matriz

$$A=\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) **(1 punto)** Calcule la matriz inversa de *A*. ¿Es *A* simétrica?

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X+A^2=2A$

Matrices 22

Una fábrica de muebles elabora 3 modelos de estanterías A, B y C, cada uno en dos tamaños grande y pequeño. Produce diariamente 1000 estanterías grandes y 8000 estanterías pequeñas del tipo A, 8000 grandes y 6000 pequeñas del tipo B y 4000 grandes y 6000 pequeñas del tipo C.
Cada estantería grande lleva 16 tornillos y 6 soportes, y la pequeña lleva 12 tornillos y 4 soportes.

a) **(0.25 puntos)** Construye una matriz M de dimensión 3x2 con la distribución de estanterías por modelo y tamaño.

b) **(0.25 puntos)** Construye una matriz N de dimensión 2x2 con los materiales (en columnas) que necesita cada tipo de estantería (en filas)

c) **(1 punto)** Calcula el producto M·N e indica qué significado tiene cada elemento.

d) **(1 punto)** Calcula el producto $N^t\cdot M^t$ e interpreta el significado de cada elemento.

Matrices 23

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \; y \; B = \begin{pmatrix} a & 6 \\ b & 1 \end{pmatrix}.$$

a) **(1.25 puntos)** Obtenga a y b sabiendo que $A \cdot B = B \cdot A$. ¿Es B simétrica?
b) **(1.25 puntos)** Para a = 1 y b = 0, resuelva la ecuación matricial $\boldsymbol{X \cdot B - A^t = I_2}$

Programación lineal, ejercicios

a) **(1.8 puntos)** Dadas las inecuaciones

$$y \leq x + 5, \quad 2x + y \geq -4, \quad 4x \leq 10 - y, \quad y \geq 0$$

represente el recinto que limitan y calcule sus vértices.
b) **(0.7 puntos)** Obtenga el máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y + 1$ en el recinto anterior, así como los puntos en los que se alcanzan.

Programación lineal, ejercicio 2

a) **(1 punto)** Calcule el valor máximo y el mínimo (si existen) de la función $f(x, y) = 2x - y + 1$ en el recinto plano definido por las inecuaciones $x \leq 5$; $x \geq 0$; $y \leq 2x$.
b) **(0.7 puntos)** Indique en qué punto o puntos se alcanzan dichos extremos
c) **(0.8 puntos)** Conteste de forma razonada si la función puede tomar el valor f = 20 dentro del recinto

Programación lineal, ejercicio 3

Se considera el recinto R del plano determinado por las siguientes inecuaciones:

$$5x - 4y \leq 20; \quad x + 8y \leq 48; \quad y \geq 0$$

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.
b) **(0.5 puntos)** Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 2x + 12y$ en este recinto e indique dónde se alcanzan.
c) **(0.5 puntos)** Razone si existen valores (x, y) pertenecientes al recinto para los que $F(x, y) = 100$

Programación lineal, ejercicio 4

b)**(1 punto)** En un problema de programación lineal, la región factible es la región acotada cuyos vértices son A(2,-1), B(-1,2), C(1, 4) y D(5,0).La función objetivo es la función $f(x, y) = 2x + 3y + k$, cuyo valor máximo, en dicha región, es igual a 19.
Calcule el valor de k e indique dónde se alcanza el máximo y dónde el mínimo.

Programación lineal, ejercicio 5

a) **(1.8 puntos)** Dadas las inecuaciones

$$x \leq y, \quad 2x + y \geq -4, \quad x \leq 2$$

represente el recinto que limitan y calcule sus vértices.
b) **(0.7 puntos)** Obtenga (si existen) el máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y + 1$ en el recinto anterior, así como los puntos en los que se alcanzan.

Programación lineal, ejercicio 6

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades y obtén los vértices:

$$\left.\begin{array}{r} 15x+10y\geq 150 \\ 5x+10y\leq 150 \\ x-2y\geq 5 \end{array}\right\}$$

(0.75 puntos) Obtén (si existen) el máximo y el mínimo de la función $f(x,y)=4-2x+y$ restringida a la región anterior

(0,75 puntos) Razona si la función toma el valor 0

Programación lineal, ejercicio 7

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades:

$$\left.\begin{array}{r} x\leq 2y \\ x-y\geq 1 \\ \frac{2}{3}x+y\leq 4 \\ y\leq 5 \end{array}\right\}$$

(0,75 puntos) Razona si el punto (1, 3.5) pertenece al recinto.

(0.75 puntos) Obtén (si existen) el máximo y el mínimo de la función $f(x,y)=2x+3y$ restringida a la región anterior

Programación lineal, ejercicio 8

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades y calcula sus vértices:

$$\left.\begin{array}{r} y\leq x+2 \\ x+y\leq 10 \\ x\geq -1 \\ y\geq -2 \end{array}\right\}$$

(0.75 puntos) Calcula el punto o los puntos donde la función $f(x,y)=x+2y$ alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

(0.75 puntos) Razona si se obtiene el mismo valor máximo al añadir $y\leq 3$ al conjunto de restricciones anteriores.

Programación lineal, ejercicio 9

(1,25 puntos) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades y calcula sus vértices:

$$\left.\begin{array}{r} y-x\leq 2 \\ x\leq 10-y \\ x\geq -1 \\ y\geq -2 \end{array}\right\}$$

(1,25 puntos) Calcula el punto o los puntos donde la función $f(x,y)=x+y$ alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

Programación lineal, ejercicio 10

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x - 2y \geq -6; \quad x \leq 10 - 2y; \quad \frac{x}{12} + \frac{y}{3} \leq 1.$$

a) **(1,5 puntos)** Dibuje la región que definen y calcule sus vértices. ¿Es una región acotada?

b) **(1 punto)** Calcule, si los tiene, los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 2x + y$ dentro de la región anterior. En caso afirmativo, indique dónde los alcanza. En caso negativo, justifique la respuesta.

Programación lineal, ejercicio 11

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$2x - 3y \leq 6; \quad x \geq 2y - 4; \quad x + y \leq 8; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

a) **(1,5 puntos)** Dibuje la región que definen y calcule sus vértices. ¿Pertenece el punto (1, 3) a la región?

b) **(1 punto)** Halle los puntos de esa región en los que la función $F(x, y) = 2x + 2y - 1$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores. ¿Toma la función el valor 0 dentro de la región?

Programación lineal, ejercicio 12

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x - 2y \geq -6; \quad x \leq 10 - 2y; \quad \frac{x}{12} + \frac{y}{3} \geq 1.$$

a) **(1,5 puntos)** Dibuje la región que definen y calcule sus vértices. ¿Es una región acotada?

b) **(1 punto)** Calcule, si los tiene, los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = x - y + 3$ dentro de la región anterior. En caso afirmativo, indique dónde los alcanza. En caso negativo, justifique la respuesta.

Programación lineal, ejercicio 13

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$2x - 3y \leq 6; \quad x \geq 2y - 4; \quad x + y \leq 8;$$

a) **(1,25 puntos)** Dibuje la región que definen y calcule sus vértices. ¿Pertenece el punto (-5, 1) a la región?

b) **(1,25 puntos)** Halle, si existen, los puntos de esa región en los que la función $F(x, y) = x + y - 1$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores. ¿Toma la función el valor 0 dentro de la región?

Programación lineal, ejercicio 14

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$3x + 3y \geq 6; \quad 2x - y \geq 2; \quad y \leq 2.$$

a) **(1,5 puntos)** Dibuje la región que definen y calcule sus vértices. ¿Es una región abierta?

b) **(1 punto)** Calcule, si los tiene, los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 6x + 3y - 2$ dentro de la región anterior. En caso afirmativo, indique dónde los alcanza. En caso negativo, justifique la respuesta.

Programación lineal, problemas

(2.5 puntos) Una empresa envasa y comercializa leche entera y leche desnatada. El litro de leche entera envasado genera un beneficio diario a la empresa de 0.4 € y el de leche desnatada de 0.1 €. La tecnología de la empresa impone que el número de litros de leche entera que se envasan diariamente no supere el doble del número de litros de leche desnatada. Además, la cantidad máxima de leche que se puede envasar diariamente es un total de 3000 litros y solo se dispone de 1200 litros diarios de leche entera para envasar.
¿Cuánto debe envasar de cada producto para obtener el beneficio máximo? ¿A cuánto ascendería este beneficio?

Programación lineal, problema 2

a) **(1.5 puntos)** Plantee, sin resolver, el siguiente problema:
"Un mayorista vende productos congelados que presenta en envases de dos tamaños, pequeños y grandes. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar más de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 2 céntimos de euro por cada envase pequeño y de 4 céntimos de euro por cada envase grande. ¿Qué número de envases de cada tipo proporciona el mínimo coste de almacenaje?"

Programación lineal, problema 3

Un nutricionista receta a una de sus pacientes una dieta semanal especial basada en lácteos y pescado. Cada kg de lácteos cuesta 6 € y proporciona 3 unidades de proteínas y 1 de calorías; cada kg de pescado cuesta 12 €, aportando 1 unidad de proteínas y 2 de calorías.

La dieta le exige no tomar más de 4 kg, conjuntamente, de lácteos y pescado, y un aporte mínimo de 4 unidades de proteínas y 3 de calorías.

a) **(1 punto)** Plantee el problema para obtener la combinación de ambos alimentos que tenga el coste mínimo.
b) **(1.5 puntos)** Dibuje la región factible y determine la solución óptima del problema.

Programación lineal, problema 4

a) **(1.5 puntos)** Plantee, sin resolver, el siguiente problema:
"Se desea invertir 100000 € en dos productos financieros A y B que tienen una rentabilidad del 2% y del 2.5% respectivamente. Se sabe que el producto B exige una inversión mínima de 10000 € y, por cuestiones de riesgo, no se desea que la inversión en B supere el triple de lo invertido en A. ¿Cuánto se debe invertir en cada producto para que el beneficio sea máximo y cuál sería dicho beneficio?"

Programación lineal, problema 5

(2.5 puntos) Un fabricante elabora dos tipos de anillos a base de oro y plata. Cada anillo del primer tipo precisa 4 g de oro y 2 de plata, mientras que cada uno del segundo necesita 3 g de oro y 1 de plata. Sabiendo que dispone de 48 g de oro y 20 de plata y que los precios de venta de cada tipo de anillo son 150 euros el primero y 100 euros el segundo, ¿cuántos anillos de cada tipo tendría que producir para obtener los ingresos máximos? ¿A cuánto ascenderían estos ingresos?

Programación lineal, problema 6

En un jardín municipal se desea plantar un mínimo de 1200 geranios, 3200 claveles y 3000 margaritas. Una empresa A ofrece un lote que contiene 30 geranios, 40 claveles, y 30 margaritas por 15 euros. Otra empresa B ofrece un lote de 10 geranios, 40 claveles y 50 margaritas por 12 euros.
(3 puntos) Calcula cuántos lotes de cada tipo debe comprar el ayuntamiento para que el gasto sea mínimo.
(0,5 puntos) Halla cuántos geranios, claveles y margaritas adquiere el ayuntamiento con la compra de precio mínimo y di cuántas plantas de cada tipo ha adquirido de más sobre la cantidad mínima.

Programación lineal, problema 7

Un agricultor posee 60 áreas de terreno, que quiere plantar con limoneros y almendros. Cada área de limoneros necesita anualmente 36 m^3 de agua a 45 céntimos el m^3, 24 € en mano de obra y 20 kg de abono con un coste de 30 céntimos por kg. Sin embargo, el área de almendros necesita anualmente 2 m^3 de agua, 60 € de mano de obra y 5 kg de abono.

Se espera vender el kg de limones a 30 céntimos, con una producción media por área de unos 400 kg de producto; además se espera que el precio de la almendra sea de 3 € por kg, con una producción media de unos 40 kg por área.

Si dispone de 460 m^3 de agua, y de un presupuesto de 100 € por área, ¿Cuántas áreas de cada tipo debe plantar para obtener unos beneficios máximos?

Programación lineal, problema 8

Una gestora financiera que ofrecía hasta ahora tan sólo préstamos personales pretende añadir a su cartera productos hipotecarios y se ve en la necesidad de rediseñar su política de firmas mensuales en base a los siguientes requerimientos:
Debe firmar mensualmente al menos 2 préstamos hipotecarios, pero por las dificultades que genera la introducción del producto no puede superar las 8 firmas mensuales de dichos préstamos. Por la misma razón el número de firmas mensuales de préstamos hipotecarios ha de ser como máximo la mitad de las firmas de préstamos personales. Por otro lado, los costes de gestión son 150 € para cada firma de préstamo personal y 300 € para cada una de hipotecarios, no pudiéndose superar los 6000 € de gastos mensuales totales de gestión.

Si la comisión a percibir por la firma de cada préstamo personal es de 400 € y de 100 € para cada préstamo hipotecario:

a) **(2,5 puntos)** Calcula las unidades de cada producto que ha de firmar un mes para maximizar la comisión total y cumplir todos los requerimientos de su política. ¿A cuánto asciende dicha comisión?
b) **(0,5 puntos)** Si un mes se firman 10 personales y 8 hipotecarios ¿cumple los requerimientos?

Programación lineal, problema 9

(3 puntos) Para una merienda de cumpleaños queremos preparar dulces de chocolate y de fresa, cuyos ingredientes son 20g de harina, 20g de azúcar y 5g de chocolate (para el dulce de chocolate) y 30g de harina, 10g de azúcar y 5g de fresa (para el dulce de fresa).

Para ello disponemos de 1kg de azúcar, 1.8kg de harina, 250g de fresas y 225g de chocolate.

¿Cuántos dulces de cada clase hay que preparar para que el total de ellos sea máximo? ¿Cuál es el máximo número total de dulces que podremos preparar?

¿Cuánto nos sobrará de cada ingrediente?

Programación lineal, problema 10

(2,5 puntos) Una empresa constructora de barcos fabrica en sus dos astilleros tres tipos de barcos: A, B y C. Se compromete a entregar anualmente a cierta compañía marítima 18 barcos de tipo A, 10 del tipo B y 6 del tipo C. El primer astillero construye mensualmente 3 barcos tipo A, 2 tipo B y 1 tipo C, siendo el coste mensual de su funcionamiento de 5 millones de pesetas, y el segundo astillero construye mensualmente 2 barcos tipo A, 1 tipo B y 2 tipo C, siendo el costo mensual de su funcionamiento de 3 millones de pesetas. ¿Cuántos meses al año deberá trabajar cada astillero para que la empresa cumpla con el compromiso adquirido y consiga reducir al mínimo el costo de funcionamiento?

Programación lineal, problema 11

(2.5 puntos) Una industria de productos lácteos produce crema de queso de oveja en envases de dos tamaños: pequeño de 100 gramos con un beneficio por envase de 0.50 euros y grande de 300 gramos con un beneficio por envase de 1.40 euros. Cada día dispone de 2400 kilogramos de crema de queso para envasar. Por razones de mercado el número de envases de 100 gramos producidos diariamente no puede ser mayor de 15000 y debe ser igual o superior al de envases de 300 gramos. Calcula cuántos envases de cada tipo han de producirse diariamente para hacer máximos los beneficios y a cuánto ascienden los beneficios máximos.

Programación lineal, problema 12

(2.5 puntos) Un aficionado a la artesanía dedica su tiempo libre a decorar botijos y jarrones. Cada mes decora un máximo de 10 botijos y un máximo de 10 jarrones. Dedica una hora a decorar un botijo y 2 horas a decorar un jarrón. Puede dedicar cada mes un máximo de 24 horas a esta afición.

Sabiendo que vende toda su producción mensual y que cobra 6 euros por cada botijo y 18 euros por cada jarrón, calcula cuantos artículos de cada clase tiene que decorar para obtener el máximo beneficio mensual posible. ¿A cuánto asciende este beneficio máximo?

Programación lineal, problema 13

(2.5 puntos) Una tienda de alimentación tiene almacenados 180 surtidos de ibéricos y 120 botellas de vino, que decide vender en dos tipos de lotes A y B. Cada lote de tipo A está formado por 3 botellas de vino y 3 surtidos de ibéricos. Cada lote del tipo B está formado por 2 botellas de vino y 4 surtidos de ibéricos. Se obtiene un beneficio de 20 euros por cada lote de tipo A y de 25 euros por cada lote de tipo B. Calcula el número de lotes de cada tipo que se deben realizar para maximizar el beneficio y el valor del beneficio máximo.

Programación lineal, problema 14

(2.5 puntos) Un supermercado se abastece de gambas y langostinos a través de dos mayoristas, A y B, que le envían contenedores con cajas completas de ambos productos. El mayorista A envía en cada contenedor 2 cajas de gambas y 3 de langostinos, al precio de 350 euros el contenedor, mientras que el mayorista B envía en cada uno 1 caja de gambas y 5 de langostinos, al precio de 550 euros el contenedor.

El supermercado necesita, como mínimo, 50 cajas de gambas y 180 de langostinos pudiendo almacenar, como máximo, 50 contenedores.

¿Cuántos contenedores debería pedir el supermercado a cada mayorista para satisfacer sus necesidades con el menor coste posible? Indique cuál sería ese coste mínimo.

Programación lineal, problema 15

(2.5 puntos) Una empresa monta dos tipos de ordenadores: fijos y portátiles. La empresa puede montar como máximo 10 fijos y 15 portátiles a la semana, y dispone de 160 horas de trabajo a la semana. Se sabe que el montaje de un fijo requiere 4 horas de trabajo, y reporta un beneficio de 100 euros, mientras que cada portátil necesita 10 horas de trabajo y genera un beneficio de 150 euros.
Calcule el número de ordenadores de cada tipo que deben montarse semanalmente para que el beneficio sea máximo, y obtenga dicho beneficio.

Estadística

- Probabilidad
- Inferencia

Probabilidad

La proporción de personas de una población que tiene una determinada enfermedad es de 1 por cada 500 personas. Se dispone de una prueba para detectar dicha enfermedad. La prueba detecta la enfermedad en el 90% de los casos en que la persona está enferma, pero también da como enfermas al 5% de las personas sanas.
a) **(1.25 puntos)** Se elige al azar una persona y se le hace la prueba. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido diagnosticada correctamente?
b) **(1.25 puntos)** Si la prueba ha diagnosticado que la persona está enferma, ¿cuál es la probabilidad de que realmente lo esté? ¿Y de que esté sana?

Probabilidad 2

Sean dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0.25$, $P(B)= 0.6$, $P(A \cap B^C) = 0.1$
a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que ocurra A y ocurra B.
b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que no ocurra A pero sí ocurra B.
c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que ocurra A sabiendo que ha ocurrido B.
d) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes A y B?

Probabilidad 3

Se cree que hay una vuelta hacia estilos de baile más populares, por lo que se realiza una encuesta a estudiantes de bachillerato, resultando que al 40% les gusta la salsa, al 30% les gusta el merengue y al 10% les gusta tanto la salsa como el merengue.
a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que a un estudiante le guste el merengue si le gusta la salsa?
b) **(0.75 puntos)** ¿Y la de que a un estudiante le guste el merengue si no le gusta la salsa?
c) **(1 punto)** ¿Son independientes los sucesos "gustar la salsa" y "gustar el merengue"? ¿Son compatibles?

Probabilidad 4

De los sucesos aleatorios independientes A y B se sabe que $P(A) = 0.3$ y que $P(B^C) = 0.25$. Calcule las siguientes probabilidades:

a) **(0.75 puntos)** $P(A \cup B)$.
b) **(0.75 puntos)** $P(A^C \cap B^C)$.
c) **(1 punto)** $P(A/ B^C)$.

Probabilidad 5

Se sabe que el 90% de los estudiantes del último curso de una Universidad está preocupado por sus posibilidades de encontrar trabajo, el 30% está preocupado por sus notas y el 25% por ambas cosas.
a) **(1.5 puntos)** Si hay 400 alumnos matriculados en el último curso de dicha Universidad, ¿cuántos de ellos no están preocupados por ninguna de las dos cosas?
b) **(1 punto)** Si un alumno del último curso, elegido al azar, no está preocupado por encontrar trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que esté preocupado por sus notas?

Probabilidad 6

Se consideran dos sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio. Se sabe que $P(A)=0.8,\ \ P(B)=0.7,\ \ P(A\cup B)=0.94.$

a) **(1 punto)** ¿Son A y B sucesos independientes?

b) **(1 punto)** Calcule $P(A/B).$

c) **(0.5 puntos)** Calcule $P(A^C\cup B^C).$

Probabilidad 7

Un jugador lanza a la vez un dado y una moneda.
a) (1 punto) Construya el espacio muestral de este experimento aleatorio.
b) (1 punto) Determine la probabilidad del suceso A: "El jugador obtiene un número par en el dado y cruz en la moneda".
c) (0.5 puntos) Una variable aleatoria x se comporta como una distribución normal de media 0 y desviación típica 1 (N(0,1)). Calcula la probabilidad de que dicha variable tome un valor comprendido entre -0.5 y +0.5

Probabilidad 8

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:
$P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A \cap B) = 0.2$.
a) (1.5 puntos) Calcule las siguientes probabilidades: $P(A \cup B)$, $P(A/B)$ y $P(B/A^C)$.
b) (0.5 puntos) Razone si A y B son sucesos incompatibles.
c) (0.5 puntos) Razone si A y B son independientes.

Probabilidad 9

En una ciudad, el 55% de la población consume aceite de oliva, el 30% de girasol, y el 20% ambos tipos de aceite. Se escoge una persona al azar:
a) (1 punto) Si consume aceite de oliva, ¿cuál es la probabilidad de que consuma también aceite de girasol?
b) (1 punto) Si consume aceite de girasol, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma aceite de oliva?
c) (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que no consuma ninguno de los dos tipos de aceite?

Probabilidad 10

Una bolsa contiene 5 bolas blancas, 3 rojas y 4 negras. Ana y Manolo practican el siguiente juego: Ana saca una bola, anota su color y la devuelve a la bolsa, a continuación, Manolo extrae una bola y anota su color. Si las dos bolas extraídas tienen el mismo color gana Ana, si sólo hay una bola blanca gana Manolo, y en otro caso hay empate.
a) (1.25 puntos) Calcule la probabilidad de que gane Ana.
b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que gane Manolo.
c) (0.25 puntos) Calcule la probabilidad de que haya empate.

Probabilidad 11

a) **(1 punto)** Un ilusionista tiene seis cartas: cuatro ases y dos reyes. Saca una carta, la enseña al público y, sin verla, la vuelve a mezclar con las demás. A continuación saca una segunda carta que resulta ser un as. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera carta haya sido también un as?
b) **(1.5 puntos)** Si el ilusionista no devolviera la primera carta a la baraja y la segunda carta extraída fuera un as, ¿cuál es la probabilidad de que la primera carta haya sido también un as?

Probabilidad 12

Sean A y B dos sucesos independientes tales que P(B) = 0,05 y P(A/B) = 0,35
a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos?
b) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B?

Probabilidad 13

El gerente de una empresa sabe que históricamente el 40% de los nuevos productos lanzados ha sido un éxito y el resto ha sido un fracaso. De entre los que fueron un éxito, el 80% había recibido un informe previo favorable y de entre los que fueron un fracaso, el 30% habían recibido un informe previo favorable. Según estos datos:

a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un nuevo producto tenga un informe favorable y sea un éxito?
b) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un nuevo producto sea un éxito si tiene un informe favorable?

Probabilidad 14

Una encuesta revela que el 30% de la población tiene estudios, de los cuales el 12 % no tiene trabajo. Del 70% que no tiene estudios se tiene que un 25% no tiene trabajo. Determina razonadamente:

a) El tanto por ciento de la población que no tiene trabajo
b) La probabilidad de que tenga estudios una persona elegida al azar entre los que tienen trabajo
c) La probabilidad de que tenga estudios una persona elegida al azar entre las que no tienen trabajo

Probabilidad 15

Sean A y B dos sucesos independientes tales que P(B) = 0,05 y P(A/B) = 0,35
a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos?
b) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B?

Probabilidad 16

Sean A y B dos sucesos independientes tales que P(A) = 0,80, P(B)=0,60 y P $(A^C \cup B^C)$ = 0,52 donde A^C y B^C son los sucesos contrarios de A y B, respectivamente.

a) (1.25 puntos) Calcula P $(A \cap B)$. Justifica si son independientes o no los sucesos A y B.
b) (1.25 puntos) Formula y calcula las probabilidades de que: "ocurra A y no ocurra B" y "que no ocurra ni A ni B"

Probabilidad 17

Un libro tiene cuatro capítulos. El primer capítulo tiene 140 páginas, el segundo 100, el tercero 150 y el cuarto 50. El 5% de las páginas del primer capítulo, el 4% del segundo y el 2% del tercero tienen algún error. Las páginas del cuarto capítulo no tienen errores.
a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una página al azar, tenga algún error?
b) **(1.25 puntos)** Supongamos que elegimos una página al azar y observamos que no tiene ningún error, ¿cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?

Probabilidad 18

Sean A, B, C, D, E y F sucesos de un experimento aleatorio.

a) **(0.5 puntos)** Se sabe que $P(A) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.7$ y $P(A \cap B) = 0.4$. Halle la probabilidad de que ocurra B.
b) **(1 punto)** Se sabe que $P(C) = 0.4$, $P(D) = 0.3$ *y* $P(C \cup D) = 0.5$. Halle la probabilidad de que ocurra C sabiendo que no ocurre D.
c) **(1 punto)** Se sabe que los sucesos E y F son independientes, que $P(E) = 0.6$ y que $P(F) = 0.8$. Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

Probabilidad 19

Un almacén frutero recibe naranjas de dos huertas, A y B, que cultivan dos variedades, navelina y salustiana. El 40% proviene de la huerta A, de las cuales el 60% es de la variedad navelina. De las que provienen de la huerta B, el 30% es de la variedad salustiana. Se elige una caja de naranjas al azar.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la variedad navelina?
b) **(1 punto)** Si se sabe que es de la variedad salustiana ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la huerta B?
c) **(0,5 puntos)** Calcula la probabilidad de que no sea navelina ni de la huerta A

Probabilidad 20

(1,5 puntos) Para ingresar en las 300 plazas que oferta la facultad de Estudios Empresariales de cierta universidad este año hay 330 aspirantes, cuyas calificaciones de acceso siguen una distribución normal de media 7,1 y desviación típica 1,3. Calcula la nota de corte para el acceso a dicha facultad en el presente año.

(1 punto) Se sabe que el año pasado la nota de corte fue de 6,4 puntos, que la media de los aspirantes fue de 7,5 y la desviación típica de 1,6. ¿Cuántos aspirantes quedaron fuera si la oferta de plazas fue la misma?

Probabilidad 21

En una localidad se editan dos periódicos locales, el periódico A y el B. Se sabe que el 30% de los habitantes de esa localidad lee el periódico A, que el 6% lee los dos periódicos, mientras que el 58% lee al menos uno de los dos periódicos.

a) **(1 punto)** ¿Qué porcentaje de habitantes lee el periódico B?
b) **(1 punto)** ¿Qué porcentaje de habitantes lee solamente un periódico?
c) **(0.5 puntos**) Razone si los sucesos leer el periódico A y leer el periódico B son independientes.

Probabilidad 22

En una localidad se editan dos periódicos locales, el periódico A y el B. Se sabe que el 25% de los habitantes de esa localidad lee el periódico A, que la tercera parte de los que no leen el periódico A sí leen el periódico B, mientras que el 50% no lee ningún periódico.

a) **(1 punto)** ¿Qué porcentaje de habitantes lee el periódico B?.
b) **(1 punto)** ¿Qué porcentaje de habitantes lee solamente un periódico?
c) **(0.5 puntos**) Razone si los sucesos leer el periódico A y leer el periódico B son independientes.

Probabilidad 23

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que: $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A \cap B) = 0.2$.

a) **(1.5 puntos)** Calcule las siguientes probabilidades: $P(A \cup B)$, $P(A/ B)$ y $P(B / A^C)$.
b) **(0.5 puntos)** Razone si A y B son sucesos incompatibles.
c) **(0.5 puntos)** Razone si A y B son independientes.

Probabilidad 24

Un libro tiene cuatro capítulos. El primer capítulo tiene 140 páginas, el segundo 100, el tercero 150 y el cuarto 50. El 5% de las páginas del primer capítulo, el 4% del segundo y el 2% del tercero tienen algún error. Las páginas del cuarto capítulo no tienen errores.

a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una página al azar, tenga algún error?
b) **(1.25 puntos)** Supongamos que elegimos una página al azar y observamos que no tiene ningún error, ¿cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?

Inferencia

a) **(1.25 puntos)** Se desea tomar una muestra aleatoria estratificada de las personas mayores de edad de un municipio, cuyos estratos son los siguientes intervalos de edades, en años: de 18 a 30, de 31 a 45, de 46 a 60 y mayores de 60. En el primer intervalo hay 7500 personas, en el segundo hay 8400, en el tercero 5700 y en el cuarto 3000. Calcule el tamaño de la muestra total y su composición, sabiendo que el muestreo se hace con afijación proporcional y se han elegido al azar 375 personas del primer estrato.
b) **(1.25 puntos)** Dada la población {2, 4,6} construya todas las muestras posibles de tamaño 2, que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple, y halle la varianza de las medias muestrales de todas las muestras

Inferencia 2

Se desea estimar la proporción de bares y restaurantes que en el camino de Santiago ofertan el menú del peregrino con un precio máximo de 12 €. Para ello se eligen aleatoriamente 120 establecimientos que ofrecen este menú, de los que 80 tienen un precio máximo de 12 €.
a) **(1.6 puntos)** Con un nivel de confianza del 92 %, obtenga el intervalo de confianza para proporción de establecimientos que tienen un precio máximo de 12 €.
b) **(0.4 puntos)** Si aumentamos el nivel de confianza al 99 %, ¿qué efecto se produce en el error de estimación?
c) **(0.5 puntos)** ¿Cuántos establecimientos, como mínimo, deberíamos seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99 %, el error de la estimación no sea superior a 0.04?

Inferencia 3

a) **(1.25 puntos)** Una población de 6000 personas se ha dividido en 3 estratos, uno con 1000 personas, otro con 3500 y otro con 1500. En esa población se ha realizado un muestreo estratificado con afijación proporcional, en el que se han elegido al azar 15 personas del tercer estrato. Determine el tamaño de la muestra total obtenida con este muestreo y su composición.
b) **(1.25 puntos)** Dada la población {1, 4,7}, construya todas las muestras posibles de tamaño 2 que puedan formarse mediante muestreo aleatorio simple, y halle la varianza de las medias muestrales de todas esas muestras.

Inferencia 4

En una población próxima a un puerto deportivo se quiere estimar la proporción de habitantes que navegan al menos una vez a la semana. Se toma una muestra, al azar, de 400 habitantes de la población, de los que 160 afirman navegar al menos una vez en semana.

a) **(1.5 puntos)** Halle el intervalo de confianza del 90% para la proporción de habitantes que navegan al menos una vez en semana.
b) **(1 punto)** A la vista del resultado, se pretende repetir la experiencia para conseguir una cota del error de 0.1 con el mismo nivel de confianza del apartado anterior. ¿Cuántos individuos debe tener al menos la muestra?

Inferencia 5

a) **(1.25 puntos)** Se desea tomar una muestra aleatoria estratificada de las personas mayores de edad de un municipio, cuyos estratos son los siguientes intervalos de edades, en años: de 18 a 30, de 31 a 45, de 46 a 60 y mayores de 60. En el primer intervalo hay 7500 personas, en el segundo hay 8400, en el tercero 5700 y en el cuarto 3000. Calcule el tamaño de la muestra total y su composición, sabiendo que el muestreo se hace con afijación proporcional y se han elegido al azar 375 personas del primer estrato.

b) **(1.25 puntos)** Dada la población {2, 4,6} construya todas las muestras posibles de tamaño 2, que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple, y halle la varianza de las medias muestrales de todas las muestras.

Inferencia 6

El diámetro de las naranjas de una huerta, medido en centímetros, sigue una distribución Normal con desviación típica de 1,6 centímetros. A partir de una muestra de 100 naranjas de dicha huerta, se obtuvo un diámetro medio de 6,7 centímetros.
a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza para el diámetro medio de las naranjas de esa huerta, con un nivel de confianza del 97%.
b) **(1 punto)** Determine el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el diámetro medio con un error máximo 0.3 centímetros, a un nivel de confianza del 95%.

Inferencia 7

El peso de las naranjas de una huerta sigue una ley Normal de media 225 g y desviación típica 23 g.
a) **(1 punto)** ¿Qué distribución sigue el peso medio de las muestras de tamaño 80?
b) **(1.5 puntos)** Se eligen 80 naranjas al azar para empaquetarlas. ¿Cuál es la probabilidad de que el contenido del paquete supere los 20 kg de peso?

Inferencia 8

Para estimar la proporción de habitantes que es favorable a la construcción de un centro comercial en un municipio, se ha obtenido el intervalo de confianza (0.31, 0.39), al 94%.
a) **(1 punto)** ¿Cuál ha sido el valor de la proporción muestral?
b) **(0.5 puntos)** Si la muestra aleatoria elegida de esa población para el estudio fue de 500 personas, ¿cuántas de ellas deseaban la construcción del centro comercial?
c) **(1 punto)** Se desea repetir el estudio para obtener un intervalo de confianza con un error máximo de 0.03 y el mismo nivel de confianza. ¿Cuántas personas, como mínimo, debe tener la nueva muestra aleatoria?

Inferencia 9

Una panadería produce barras de pan cuya longitud, medida en centímetros, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 5 centímetros.
a) **(1 punto)** A partir de una muestra de 100 barras de pan se ha calculado el intervalo de confianza para la media poblacional, resultando ser (31.2, 33.4). Halle la media muestral y el error de estimación.
b) **(1.5 puntos)** Para un nivel de confianza del 96%, halle el tamaño muestral mínimo necesario para que el error de estimación máximo sea 1.5.

Inferencia 10

Se desea estudiar el gasto semanal en fotocopias, en pesetas, de los estudiantes de bachillerato de Palma del Río. Para ello, se ha elegido una muestra aleatoria de 9 de estos estudiantes, resultando los valores siguientes para estos gastos: 100, 150, 90, 70, 75, 105, 200, 120, 80
Se supone que la variable aleatoria objeto de estudio sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica igual a 12. Determínese un intervalo de confianza al 95% para la media del gasto semanal en fotocopias por estudiante

Inferencia 11

El peso de las lubinas capturadas en cierto puerto pesquero se distribuye normalmente con una media μ y una desviación típica $\sigma = 500$ gramos. Se selecciona una muestra de 25 lubinas del citado puerto.

a) (1.25 puntos) Si se ha obtenido el intervalo de confianza (2083, 2517) para la media μ, calcula el peso medio de las lubinas de la muestra y el error cometido en la estimación.
b) (1.25 puntos) Elegida una lubina al azar de la muestra ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 2500 gramos?

Inferencia 12

Se selecciona una muestra de deportistas de alto nivel en cierto país. Se les preguntó si la competición les producía problemas de ansiedad. Los datos recogidos fueron los siguientes:

Si, si, no, si, no, no, si, si, no, no, no, si, no, no, si, no, si , no, no, no

Determinar, justificando las respuestas:

a) Un intervalo de confianza al 99% para el porcentaje de deportistas de alto nivel de ese país con problemas de ansiedad ante la competición.
b) El error máximo cometido con la estimación del apartado anterior

Inferencia 13

El gasto que tienen los jóvenes durante un fin de semana es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media μ desconocida y desviación típica igual a 6 euros.

a) **(1.5 puntos)** Se hace una estimación de dicho gasto mediante un intervalo de confianza y se obtiene el intervalo (30.372, 32.628), expresado en euros, con un nivel de confianza del 94%. Calcule el error cometido y el tamaño de la muestra elegida.
b) **(1 punto)** Si se desea obtener un error menor que 1 € en la estimación de la media, ¿Cuál debería de ser el tamaño de la muestra entonces?

Inferencia 14

a) **(1.25 puntos)** Después de seleccionar una muestra aleatoria estratificada por estatura de los habitantes de un municipio, cuyos estratos son los siguientes intervalos de altura, en centímetros: de 150 a 165, de 166 a 175, de 176 a 190 y de 191 en adelante, se obtiene la siguiente composición para la muestra: 15 personas del primer estrato, 55 del segundo, 17 del tercero y 3 del cuarto. Calcule la composición de la población, sabiendo que el muestreo anterior se ha hecho utilizando afijación proporcional y que hay un total de 9000 habitantes en la población.
b) **(1.25 puntos)** Se dispone de cuatro naranjas de 200, 250, 275 y 300 gramos de peso respectivamente. Determina la media y la desviación típica para los pesos medios muestrales considerando muestras de tamaño 3

Inferencia 15

Con el fin de estudiar el peso medio de los perros recién nacidos de una determinada raza, se tomó una muestra en una clínica veterinaria y se obtuvieron los siguientes pesos, medidos en kg:

1.2 0.9 1 1.2 1.1 1 0.8 1.1

Se sabe que el peso de los cachorros de esta raza se distribuye según una ley Normal con desviación típica 0.25 kg.
a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, al 95%.
b) **(0.5 puntos)** Halle el error máximo que se cometería usando el intervalo anterior.
c) **(0.5 puntos)** Razone cómo variaría la amplitud del intervalo de confianza si, manteniendo el mismo nivel de confianza, aumentásemos el tamaño de la muestra.

Inferencia 16

a) **(1.25 puntos)** Se desea tomar una muestra aleatoria estratificada por estatura de los habitantes de un municipio, cuyos estratos son los siguientes intervalos de altura, en centímetros: de 150 a 165, de 166 a 175, de 176 a 190 y de 191 en adelante. En el primer intervalo hay
1500 personas, en el segundo hay 5500, en el tercero 1700 y en el cuarto 300. Calcule la composición de la muestra, sabiendo que el muestreo se hace con afijación proporcional y que su tamaño debe ser de 90 personas.
b) **(1.25 puntos)** Se dispone de tres naranjas de 200, 250, 275 y 300 gramos de peso respectivamente. Determina la media y la varianza para los pesos medios muestrales considerando muestras de tamaño 2

Inferencia 17

A la salida de unos grandes almacenes se ha tomado una muestra aleatoria simple de 100 clientes, a los que se les ha preguntado si encontraron el artículo que estaban buscando, obteniéndose que 87 de ellos lo habían conseguido.

a) **(1.5 punto)** Obtenga un intervalo de confianza al 90%, para la proporción de clientes satisfechos en esos almacenes. ¿Qué distribución sigue la proporción muestral?
b) **(1 punto)** Si deseamos que el error máximo cometido, con el mismo nivel de confianza, sea del 1% ¿cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra?

Inferencia 18

Se desea estimar el porcentaje de jóvenes que consumen cierto refresco. Para ello se escoge una muestra aleatoria simple de 300 jóvenes y de ellos 107 afirman consumirlo.
a) **(1.5 puntos)** Calcule el intervalo de confianza para la proporción de jóvenes que consume el refresco con un nivel de confianza del 97%.
b) **(1 punto)** Manteniendo la proporción muestral, determine el tamaño mínimo de la muestra necesario para que, con un nivel de confianza del 97%, el error máximo que se cometa al estimar la proporción de esa población sea inferior a 0.01.

Inferencia 19

El gasto que tienen los jóvenes durante un fin de semana es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media m desconocida y desviación típica igual a 6 euros.

a) **(1.5 puntos)** Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene un valor para la media muestral de 25.5, y un intervalo cuya amplitud es 2.1 con un nivel de confianza del 92%. Calcule el intervalo de confianza obtenido para la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.
b) **(1 punto)** Si se desea obtener un error menor que 1.5 en la estimación de la media, ¿Cuál debería de ser el tamaño de la muestra entonces?

Inferencia 20

Sea X una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4. Se toman muestras de tamaño 16.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la distribución de la media muestral?
b) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 47.5 y 52.5?

Inferencia 21

Con el fin de estudiar el peso medio de los perros recién nacidos de una determinada raza, se tomó una muestra en una clínica veterinaria y se obtuvieron los siguientes pesos, medidos en kg:

1.2   0.9   1   1.2   1.1   1   0.8   1.1

Se sabe que el peso de los cachorros de esta raza se distribuye según una ley Normal con desviación típica 0.25 kg.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, al 95%.

b) **(0.5 puntos)** Halle el error máximo que se cometería usando el intervalo anterior.

c) **(0.5 puntos)** Razone cómo variaría la amplitud del intervalo de confianza si, manteniendo el mismo nivel de confianza, aumentásemos el tamaño de la muestra.

Análisis matemático

Análisis

Sea la función $f(x) = -2x^3 + a \cdot e^{-x} + b \cdot x - 1$
a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en x = 0 y que la gráfica de la función pasa por el punto (0, 0).
b) **(1 punto)** Para a = 0 y b = 1, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa x = −1.

Análisis 2

Una entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad, $R(x)$, en miles de euros, viene dada por la función

$$R(x) = -0.001x^2 + 0.5x + 2.5 \qquad 1 \leq x \leq 500$$

donde x es la cantidad de dinero invertida en miles de euros.
a) **(1 punto)** Determine qué cantidad de dinero se debe invertir para obtener la máxima rentabilidad.
b) **(0.5 puntos)** ¿Qué rentabilidad se obtendría con dicha inversión?
c) **(1 punto)** ¿Cuál es la cantidad de dinero para la que se obtiene menor rentabilidad?

Análisis 3

En una empresa de montajes el número de montajes diarios realizados por un trabajador depende de los días trabajados según la función $M(t) = \frac{11t+17}{2t+12}, t \geq 1$, donde t es el número de días trabajados.
a) **(0.5 puntos)** ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Cuántos días necesitará para realizar cinco montajes diarios?
b) **(0.75 puntos)** ¿Qué ocurriría con el número de montajes diarios si trabajara indefinidamente?
c) **(0.75 puntos)** El dueño de la empresa cree que el número de montajes diarios aumenta con los días de trabajo. Estudiando la función, justifique si es cierta dicha creencia.
d) **(0.5 puntos)** Dibuje la gráfica de la función.

Análisis 4

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2+x} & si \quad x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 6 & si \quad x > 1 \end{cases}$
a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función.
b) **(1 punto)** Calcule la ecuación de las asíntotas que tenga esta función.

Análisis 5

(2.5 puntos) Sean las funciones $f(x) = (2x^2 - 1)^3 L(x^4)$ y $g(x) = \frac{e^{-2x+x^2}}{x^2+1}$.
Determine el valor de $f´(-1)$ y de $g´(0)$ e interpreta el signo de estos dos valores.

Análisis 6

Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & si \quad x \leq 1 \\ \frac{4}{x} & si \quad x > 1 \end{cases}$

a) **(1.25 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función en su dominio.
b) **(1.25 puntos)** Estudia su monotonía y extremos relativos.

Análisis 7

Sea la función dada por $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & si \quad x \leq 2 \\ \frac{x+b}{x-1} & si \quad x > 2 \end{cases}$.

a) **(1.5 puntos)** Determine los valores de a y b, sabiendo que dicha función es derivable.
b) **(1 punto)** Para a = 2 y b = 3, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa x = 1.

Análisis 8

El porcentaje de personas que sintonizan un programa de radio que se emite entre las 6 y las 12 horas viene dado, según la hora t, mediante la función

$$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$$

a) **(0.5 puntos)** ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa al comenzar la emisión? ¿Y al cierre?
b) **(2 puntos)** ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia? ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa a dichas horas?

Análisis 9

a) **(1 punto)** Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1+3x}}; \qquad g(x) = \ln(1-5x) + e^{7x^2}$$

b) **(1 punto)** Estudia la derivabilidad de la función dada por:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x + 7 & si \quad x \leq 3 \\ \dfrac{18}{x} + 5 & si \quad x > 3 \end{cases}$$

Análisis 10

Una explotación ganadera ha estimado que sus beneficios a lo largo de los últimos diez años, dependen del número de años en funcionamiento, de acuerdo con la función:

$$B(x) = -2x^3 + 30x^2 - 96x$$

Donde B(x) es el beneficio (en miles de euros) a los x años de funcionamiento. Se pide, justificando las respuestas e interpretando los resultados obtenidos:

a) ¿En qué años fueron máximos y mínimos los beneficios?
b) ¿Cuáles fueron los valores de dichos beneficios máximo y mínimo?
c) Representar de forma aproximada B(x) a lo largo de los últimos 10 años.

Análisis 11

El porcentaje de agua embalsada en cierto pantano a lo largo del año como función de t (tiempo en meses) viene dado por la función:

$$P(t) = \begin{cases} 50 + at & si \quad 0 \le t < 4 \\ 90 & si \quad 4 \le t < 5 \\ b(11 - t) & si \quad 5 \le t < 9 \\ ct - 30 & si \quad 9 \le t \le 12 \end{cases}$$

Sabiendo que es una función continua, se pide, justificando las respuestas:

a) Determinar los valores de las constantes a, b y c.
b) Representar gráficamente el porcentaje de agua embalsada en función del instante de tiempo a lo largo del año.

Análisis 12

La altura alcanzada por un cohete en su trayectoria viene dada en función del tiempo transcurrido desde su lanzamiento por la expresión:

$$H(t) = \begin{cases} t(a - t) & si \quad 0 \le t \le 30 \\ b + ct & si \quad 30 < t \le 60 \end{cases}$$

Siendo H(t) la altura en metros alcanzada por el cohete a los t segundos de su lanzamiento. Sabiendo que es una función continua, que a los 20 segundos del lanzamiento el cohete alcanza la altura máxima de 400 metros, y que a los 60 segundos del lanzamiento cae al suelo:

a) Determinar, justificando las respuestas, los valores de las constantes a, b y c.
b) Representar gráficamente la altura alcanzada por el cohete en función del tiempo transcurrido desde su lanzamiento

Análisis 13

Dada la función $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$, calcula:

a) **(0,5 puntos)** Dominio, puntos de corte con los ejes y asíntotas
b) **(0,75 puntos)** Intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos
c) **(0,75 puntos)** Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión
d) **(1 punto)** Con los datos obtenidos, dibuja su gráfica

Análisis 14

a) **(1,25 puntos)** Calcula los valores de los parámetros a, b y c en la función
$$f(x) = ax^3 - bx + c,$$
sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y que tiene un máximo en el punto (1,4)
b) **(1,25 puntos)** Para a = b = c = 1 calcula la ecuación de la recta tangente que pasa por el punto de inflexión

Análisis 15

Los beneficios en miles de euros, B, que obtiene una empresa dependen del gasto en publicidad en miles de euros, x, según la siguiente función:
$$B(x) = \begin{cases} 4x + 10 & si \quad 0 \le x < 5 \\ \dfrac{50x + 80}{2x + 1} & si \quad x \ge 5 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Justifica que B es una función continua
b) **(1 punto)** ¿A partir de qué gasto en publicidad disminuye el beneficio? ¿Cuál es el máximo beneficio? ¿Para qué valor de gasto en publicidad se alcanza?
c) **(0,5 puntos)** Calcula la asíntota horizontal e interprétala en el contexto del problema

Análisis 16

(2,5 puntos) Sea la función *f*, definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & si\ x < 0 \\ -x^2 + b & si\ x \ge 0 \end{cases}$.
Determina los valores que han de tomar *a* y *b* para que la función *f* sea derivable en *x = 0*.

Análisis 17

a) Calcula las siguientes integrales
$F(x) = \int \left(-2 - \frac{9}{2x-5}\right) dx \qquad G(x) = \int 2(x + e^{2x})dx \qquad H(x) = \int \left(x^2 + 3x + \frac{6}{x} - \frac{2}{x^2}\right) dx$

Sabiendo que todas ellas pasan por el punto (1,0)

b) (1 punto) Se consideran las funciones $g(x) = (x^2 - 5)^3$, $\quad h(x) = \frac{3^x}{x+1}$

Halla sus funciones derivadas

Análisis 18

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2+4 & si \quad x \leq 1 \\ ax+b & si \quad x > 1 \end{cases}$

a) (1,5 puntos) Calcula *a* y *b* sabiendo que $f(2) = 7$ y que f es continua en $x = 1$.

b) (1 punto) Determina de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abcisa $x = -1$.

Análisis 19

En el mar hay una mancha producida por una fuga de un petrolero situado a 15 km de la costa más cercana. Esta mancha es circular y su radio, en km viene dado por la función

$R(t) = \frac{11t+20}{t+2}$, siendo t el tiempo transcurrido desde que se empezó a medir.

a) (0,5 puntos) ¿Cuál era el radio de la mancha cuando empezamos a medirla?

b) (1,25 puntos) Estudia si la mancha crece o decrece con el tiempo.

c) (0,75 puntos) ¿Alcanzará la mancha el punto más cercano de la costa? En caso afirmativo ¿Cuándo?, en caso negativo ¿por qué?

Análisis 20

Se considera la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$.

a) (1,5 puntos) Determina los extremos relativos; estudia la monotonía y la curvatura de *f*.

b) (1 punto) Representa gráficamente la función *f*.

Análisis 21

(1,5 puntos) Calcula las siguientes integrales

$F(x) = \int \frac{x}{x^2+2} dx \qquad G(x) = \int 2(x^2-1)dx \qquad H(x) = \int \sqrt{6x-1}dx$

Sabiendo que todas ellas pasan por el punto (1,0)

b) (1 punto) Se consideran las funciones $f(x) = \frac{(x^2+2)e^x}{x-1}$, $g(x) = \ln\frac{1}{x}$, $\quad h(x) = (x-1)^x$

Halla sus funciones derivadas

Análisis 22

1. Sea la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & si \quad x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - b & si \quad x > 2 \end{cases}$

c) (1,5 puntos) Calcula *a* y *b* sabiendo que f es continua en todo su dominio y que tiene un mínimo en $x = 1$.

d) (1 punto) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$ para los valores de $a = 1.5 \;\; y \; b = 0.5$

Análisis 23

Para tratar una plaga de un cultivo se emplea un insecticida que es absorbido por la planta, y cuya concentración residual "C" en el fruto en función del tiempo viene dada por la función

$$C(t) = \frac{2045t}{100t^2 + 900} \quad , \qquad t \geq 0$$

siendo t el tiempo transcurrido desde que se aplicó el tratamiento en días y *C* la cantidad de insecticida en 1 kg de fruta, expresada en miligramos.

a) (0,5 puntos) ¿Cuál será la concentración de insecticida en la fruta el primer día de tratamiento?
b) (1 punto) ¿Cuál será la máxima concentración de insecticida en el fruto? ¿Qué día se alcanza?.
c) (1 punto) Las autoridades sanitarias consideran que para que la fruta sea adecuada para el consumo, la concentración de insecticida no debe ser superior a 1 miligramo por kilogramo de fruta. ¿Cuántos días tendrá que esperar la recolección de la fruta para que sea apta para consumo humano? ¿Se eliminará totalmente el insecticida del fruto en algún momento?

Análisis 24

a) (1,5 puntos) Dada la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 3$ estudia la monotonía, la curvatura de *f* y los puntos de inflexión. Calcula los cortes con la recta *x=0* y con la recta *x=2* y haz un esbozo de su gráfica con esos datos.

b) (1 punto) Para la función f definida de la forma $f(x) = \frac{ax}{x+b}$, determine, razonadamente, los valores de *a* y *b* sabiendo que tiene como asíntota vertical la recta de ecuación $x = -2$ y como asíntota horizontal la de ecuación $y = 3$

Análisis 25

(2,5 puntos) Sea la función *f*, definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & si \; x < 0 \\ -x^2 + b & si \; x \geq 0 \end{cases}$.

Determina los valores que han de tomar *a* y *b* para que la función *f* sea derivable en *x = 0*.

Análisis 26

El beneficio que obtiene una empresa por la fabricación de un producto, expresado en millones de euros viene dado por la función:

$$B(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 5x - 9 \qquad 6 \leq x \leq 16$$

Donde x es el precio de venta del artículo en euros.

a) **(0,5 puntos)** ¿Para qué precio de venta la empresa obtendrá un beneficio superior a 15 millones de euros?

b) **(1 punto)** ¿Cuál es el precio de venta que hace máximo el beneficio? ¿A cuánto asciende ese beneficio máximo?

c) **(1 punto)** ¿Cuál será el beneficio mínimo y para qué precio se alcanza?

Análisis 27

a) **(1,5 puntos)** Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ estudia su monotonía, extremos relativos y asíntotas. Haz un esbozo de su gráfica con los datos obtenidos

Análisis 28

a) (1 punto) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = x \cdot e^{x-1} \qquad g(x) = \frac{\ln(3x+2)}{x^4-1} \qquad h(x) = \frac{(x^3+7)^5}{\sqrt{2}}$$

b) (1,5 puntos) Calcula la primitiva de las siguientes funciones:

$$F(x) = \int x^2(x^3+7)^4 dx \qquad G(x) = \int \frac{6x}{3x^2+2} dx \qquad H(x) = \int \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x^3}} dx$$

Resuelve las siguientes integrales por el método de cambio de variable:

$$\int e^{3x} dx$$

$$\int x\sqrt{x+2} dx$$

$$\int e^{5x+1} dx$$

$$\int \frac{x}{x^2+4} dx$$

$$\int (x^4-3x)^5(4x^3-3) dx$$

$$\int x^2 e^{x^3} dx$$

$$\int \frac{x^2}{x^3+2} dx$$

$$\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right) dx$$

$$\int \left(\frac{1}{3}x + 2\right)^8 dx$$

$$\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$$

$$\int \left(-2 - \frac{9}{2x-5}\right) dx$$

$$\int 2(x + e^{2x}) dx$$

$$\int \left(x^2 + 3x + \frac{6}{x} - \frac{2}{x^2}\right) dx$$