Recopilación de ejercicios

Matemáticas Aplicadas a las CCSS II

Sumario

Álgebra

- **Matrices**
- **Ejercicios Programación lineal**
- **Problemas de programación lineal**

Matrices 1

Considérense las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) **(1,25 puntos)** Determinar el valor de *a* para que se cumpla la siguiente igualdad matricial:

$$A+A^{-1}=I$$

b) **(1,25 puntos)** Para el valor de a calculado en el apartado anterior calcula la matriz A^{10}

Matrices 2

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} y\, C=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) **(1,25 puntos)** Calcula las matrices $B^{-1}\, y\, C^{-1}$

b) **(1,25 puntos)** Calcula la matriz X en la ecuación $A^t+B.X=5\cdot C^{-1}$

Matrices 3

(1,25 puntos) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ calcula A^{101}

(1,25 puntos) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} y\, C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ resuelve la ecuación matricial siguiente: $(A+I_2)X=C+B^t$

Matrices 4

(1,25 puntos) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ calcula A^{33}

(1,25 puntos) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} y\, C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **resuelve la ecuación matricial siguiente:** $(X+I_2)A=2A+C\cdot B^t$

Matrices 5

(2 puntos) En cierto establecimiento hay disponibles dos piensos para perros, el pienso A, y el pienso B, cuyas composiciones por 10g de producto vienen especificadas en la siguiente tabla:

Composición cada 10g	Hidratos de carbono	Proteínas	Grasas
Pienso A	5 unidades	7 unidades	2 unidades
Pienso B	6 unidades	6 unidades	3 unidades

Un veterinario receta dos tipos de dietas a los animales, la dieta M, consistente en 100 g de pienso A y 100 g de pienso B, y la dieta M que consiste en 150 g de pienso A y 50 g de pienso B.

Considera las matrices:

$$D=\begin{pmatrix}5 & 7 & 2\\ 6 & 6 & 3\end{pmatrix};\ M=\begin{pmatrix}\frac{100}{10}\\ \frac{100}{10}\end{pmatrix}\ y\ N=\begin{pmatrix}\frac{150}{10}\\ \frac{50}{10}\end{pmatrix}$$

¿Qué significado tienen las matrices M y N?
¿Qué significado tienen las matrices $D^t\cdot M\ y\ D^t\cdot N$ **?** ¿Qué dieta es más rica en proteínas?

Matrices 6

(2 puntos) La producción anual de la huerta A es de 15 toneladas de naranja, 5 toneladas de limón y 10 toneladas de melocotón. Para la huerta B la producción es de 10, 10 y 15 toneladas respectivamente (para los mismos productos). Esta información la podemos resumir en la matriz:

$$H=\begin{pmatrix}15 & 5 & 10\\ 10 & 10 & 15\end{pmatrix}$$

Por otra parte, los precios de venta de un kg de cada uno de los tres artículos en el mercado son 3, 4 y 5 € respectivamente:

$$P=\begin{pmatrix}3 & 4 & 5\end{pmatrix}$$

Y los gastos de producción, transporte y manipulación son 1, 2 y 3 € respectivamente:

$$G=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\end{pmatrix}$$

Utiliza las operaciones con matrices que sean necesarias para calcular cuál es el beneficio en euros que generan las huertas al cabo del año. ¿Qué huerta es más rentable?

Matrices 7

(1,25 puntos) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$ calcula A^{33}

(1,25 puntos) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ -1 & -3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 0 & 0\end{pmatrix}\ y\ C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ resuelve la ecuación matricial siguiente: $(A+I_2)X=2AX+C\cdot B^t$

Matrices 8

(2 puntos) Cierto producto se encuentra disponible en 3 almacenes (A, B y C) y se distribuye a tres tiendas (R, S y T). La siguiente tabla expresa el coste de transportar el citado artículo:

Costes de distribución (€)	Tienda R	Tienda S	Tienda T
Almacén A	2	1	1
Almacén B	1	3	2
Almacén C	2	2	2

Así mismo, la tabla a continuación expresa cuántos artículos ha comprado cada tienda a cada almacén en un mes.

Número de artículos servidos	Tienda R	Tienda S	Tienda T
Almacén A	5	10	4
Almacén B	3	3	7
Almacén C	4	3	1

Que en forma de matriz quedarían: $N=\begin{pmatrix}5 & 10 & 4\\ 3 & 3 & 7\\ 4 & 3 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 2 & 2\end{pmatrix}$

Explica el significado que tiene cada uno de los elementos de la matriz $C\cdot N^t$

Matrices 9

(1,25 puntos) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}a & 0 & 0\\ a & a & a\\ a & 0 & 0\end{pmatrix}$ calcula A^{1001}

(1,25 puntos) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ -1 & -3\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 0 & 0\end{pmatrix}\, y\, C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ resuelve la ecuación matricial siguiente $BX=2AX-I_2+B\cdot C^t$

Matrices 10

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-2 & 3\end{pmatrix}\, y\, C=\begin{pmatrix}-1\\ -1\end{pmatrix}$,

a) (1 punto) Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y en dichos casos calcule el resultado: $A\cdot B, B\cdot A, B\cdot C\; y\; C^t\cdot B^t$.

b) (1.5 puntos) Calcule la matriz X en la ecuación $A\cdot X+B^t=4C$

Matrices 11

Considérense las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -3 & 3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ -1 & 4\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}2 & r\\ s & -2\end{pmatrix},$$

Determinar los valores de *r, s, t y u* para que se cumpla la siguiente igualdad matricial:

$$A\begin{pmatrix}t & 0\\ 0 & u\end{pmatrix}B^T+C\begin{pmatrix}0 & t\\ u & 0\end{pmatrix}=D$$

Matrices 12

Las filas de la matriz P indican los respectivos precios de tres artículos A1 , A2 y A3 en dos comercios, C1 (fila 1) y C2 (fila 2):

$$P=\begin{pmatrix}25 & 20 & 15\\ 23 & 25 & 17\end{pmatrix}$$

Cati desea comprar 2 unidades del artículo A1 , 1 de A2 y 3 de A3 .
Manuel desea comprar 5 unidades de A1 , 1 de A2 y 1 de A3 .
Han dispuesto esas compras en la matriz Q :

$$Q=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 5 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

a) (1.8 puntos) Calcule $P\cdot Q^t$ y $Q\cdot P^t$ e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.
b) (0.7 puntos) A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, ¿dónde les interesa hacer la compra a cada uno?

Matrices 13

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}17\\ 8\end{pmatrix}\ y\ D=\begin{pmatrix}0\\ 4\end{pmatrix}$

c) (1 punto) Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y en dichos casos calcule el resultado: $A\cdot C, C\cdot A, D\cdot C\ y\ D^t\cdot C$.

d) (1.5 puntos) Calcule la matriz X en la ecuación $A^2.X-2C=A\cdot D$

Matrices 14

(2 puntos) Una pastelería elabora dos tipos de dulce, cuya composición viene dada por:

Composición (g)	Harina	Azúcar	Chocolate	Fresa
Dulce de chocolate	20	20	5	0
Dulce de fresa	30	10	0	5

A su vez, adquiere los ingredientes en dos tiendas, cuyos precios para los ingredientes son:

Precios por g (céntimos de €)	Harina	Azúcar	Chocolate	Fresa
Tienda A	0,9	1	3	2
Tienda B	1	1,1	2,5	2

Si llamamos *x* e *y* a las cantidades fabricadas de dulces de chocolate y fresa respectivamente, y consideramos las matrices:

$$C=\begin{pmatrix} 20 & 20 & 5 & 0 \\ 30 & 10 & 0 & 5 \end{pmatrix};\ P=\begin{pmatrix} 0{,}9 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1{,}1 & 2{,}5 & 2 \end{pmatrix};\ y\ N=\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$$

Razona el significado de cada uno de los elementos de las matrices:

$N \cdot C$ y $N \cdot P \cdot C^t$

Programación lineal ejercicio 1

(1,25 puntos) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades y calcula sus vértices:

$$\left.\begin{array}{c} y-x\leq 2 \\ x\leq 10-y \\ x\geq -1 \\ y\geq -2 \end{array}\right\}$$

(1,25 puntos) Calcula el punto o los puntos donde la función $f(x,y)=x+y$ alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

Programación lineal ejercicio 2

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades:

$$\left.\begin{array}{c} x\leq 2y \\ x-y\geq 1 \\ \frac{2}{3}x+y\leq 4 \\ y\leq 5 \end{array}\right\}$$

(0,75 puntos) Razona si el punto (1, 3.5) pertenece al recinto.
(0.75 puntos) Obtén (si existen) el máximo y el mínimo de la función $f(x,y)=2x+3y$ restringida a la región anterior

Programación lineal ejercicio 3

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades:

$$\left.\begin{array}{c} x\leq 2y \\ y\leq 3 \\ x+\frac{2}{3}y\leq 2 \end{array}\right\}$$

(0.75 puntos) Obtén (si existen) el máximo y el mínimo de la función $f(x,y)=3x+2y$ restringida a la región anterior
(0,75 puntos) Razona si $f(x,y)$ toma el valor 7

Programación lineal ejercicio 4

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades y obtén los vértices:

$$\left.\begin{array}{c} 15x+10y\geq 150 \\ 5x+10y\leq 150 \\ x-2y\geq 5 \end{array}\right\}$$

(0.75 puntos) Obtén (si existen) el máximo y el mínimo de la función $f(x,y)=4-2x+y$ restringida a la región anterior
(0,75 puntos) Razona si la función toma el valor 0

Programación lineal ejercicio 5

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades y obtén los vértices:

$$\left.\begin{array}{c} 6x+4y\leq 24 \\ 2x-y\geq -4 \\ 2x+5y\geq 8 \end{array}\right\}$$

(0.75 puntos) Obtén (si existen) el máximo y el mínimo de la función $f(x,y)=3x+2y-7$ restringida a la región anterior
(0,75 puntos) Razona si el punto $(x,y)=(1,1)$ pertenece a la región

Programación lineal ejercicio 6

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades:

$$\left.\begin{array}{c} y\leq x-4 \\ y\geq x \\ 2x-3y\geq 6 \\ y\geq -3 \end{array}\right\}$$

(0.75 puntos) Razona si el punto (1 , -2.5) pertenece al recinto.
(0.75 puntos) Justifica razonadamente si la función $f(x,y)=x-2y$ toma el valor 5 dentro de la región

Programación lineal ejercicio 7

(1 punto) Representa en el plano el recinto delimitado por las siguientes desigualdades y calcula sus vértices:

$$\left.\begin{array}{c} y\leq x+2 \\ x+y\leq 10 \\ x\geq -1 \\ y\geq -2 \end{array}\right\}$$

(0.75 puntos) Calcula el punto o los puntos donde la función $f(x,y)=x+2y$ alcanza su valor máximo y su valor mínimo.
(0.75 puntos) Razona si se obtiene el mismo valor máximo al añadir $y\leq 3$ al conjunto de restricciones anteriores.

Programación lineal problema 1

(2,5 puntos) Una empresa fabrica dos modelos de cazadoras de caballero: un modelo clásico y otro moderno. La empresa tiene 900 horas disponibles en su departamento de corte y costura, 300 horas disponibles en el departamento de terminado y 100 horas disponibles en el departamento de empaquetado. Las horas necesarias por cazadora y sus beneficios en euros se dan en la siguiente tabla:

	Corte y costura	Terminado	Empaquetado	Beneficios
Modelo clásico	1	1/2	1/8	40
Modelo moderno	3/2	1/3	1/4	80

Formula el problema que permite encontrar una estrategia de producción que maximice el beneficio.

Programación lineal problema 2

(2,5 puntos) A la compañía de transportes que lleva a la escuela municipal los 160 jóvenes de su alumnado, un servicio de un autobús de 40 plazas le supone un gasto de 120€ y uno de un microbús de 20 plazas sólo 80€. Se debe decidir el número de autobuses X y microbuses Y que transporten a todo el alumnado, minimizando el gasto y cumpliendo ciertas limitaciones: la compañía sólo cuenta con 5 conductores de autobús (aptos para conducir microbuses) y otros 7 conductores de microbús (no aptos para conducir autobuses). Además, las autoridades de tráfico obligan a que circulen al menos el doble de microbuses que de autobuses. Se pide:

a) Representar en el plano XY la región de soluciones factibles del problema.

b) Encontrar el número óptimo de autobuses X y microbuses Y que minimizan el gasto de la empresa y cumplen con las restricciones. Calcular dicho gasto.

Programación lineal problema 3

Un veterinario recomienda para un gato una dieta diaria que debe contener al menos cinco unidades de hidratos de carbono, dieciséis de proteínas y siete de grasas. En el mercado existen dos productos, A y B, cuya composición por cada diez gramos de producto es:

	Hidratos de carbono	Proteínas	Grasas
Producto A	4	6	2
Producto B	5	4	3

Si el precio de una caja de 100 gramos del producto A es de 5 euros y el de una caja de 200 gramos de B es de 7 euros, ¿Cuántas cajas conviene comprar de cada tipo para obtener el mínimo coste, teniendo en cuenta que el tratamiento hay que realizarlo durante 20 días?

Programación lineal problema 4

Una gestora financiera que ofrecía hasta ahora tan sólo préstamos personales pretende añadir a su cartera productos hipotecarios y se ve en la necesidad de rediseñar su política de firmas mensuales en base a los siguientes requerimientos:
Debe firmar mensualmente al menos 2 préstamos hipotecarios, pero por las dificultades que genera la introducción del producto no puede superar las 8 firmas mensuales de dichos préstamos. Por la misma razón el número de firmas mensuales de préstamos hipotecarios ha de ser como máximo la mitad de las firmas de préstamos personales. Por otro lado, los costes de gestión son 150 € para cada firma de préstamo personal y 300 € para cada una de hipotecarios, no pudiéndose superar los 6000 € de gastos mensuales totales de gestión.

Si la comisión a percibir por la firma de cada préstamo personal es de 400 € y de 100 € para cada préstamo hipotecario:

a) (2,5 puntos) Calcula las unidades de cada producto que ha de firmar un mes para maximizar la comisión total y cumplir todos los requerimientos de su política. ¿A cuánto asciende dicha comisión?
b) (0,5 puntos) Si un mes se firman 10 personales y 8 hipotecarios ¿cumple los requerimientos?

Programación lineal problema 5

Un agricultor posee 60 áreas de terreno, que quiere plantar con limoneros y almendros. Cada área de limoneros necesita anualmente 36 m^3 de agua a 45 céntimos el m^3, 24 € en mano de obra y 20 kg de abono con un coste de 30 céntimos por kg. Sin embargo, el área de almendros necesita anualmente 2 m^3 de agua, 60 € de mano de obra y 5 kg de abono.

Se espera vender e kg de limones a 30 céntimos, con una producción media por área de unos 400 kg de producto; además se espera que el precio de la almendra sea de 3 € por kg, con una producción media de unos 40 kg por área.

Si dispone de 460 m^3 de agua, y de un presupuesto de 100 € por área, ¿Cuántas áreas de cada tipo debe plantar para obtener unos beneficios máximos?

Programación lineal problema 6

En un jardín municipal se desea plantar un mínimo de 1200 geranios, 3200 claveles y 3000 margaritas. Una empresa A ofrece un lote que contiene 30 geranios, 40 claveles, y 30 margaritas por 15 euros. Otra empresa B ofrece un lote de 10 geranios, 40 claveles y 50 margaritas por 12 euros.

(3 puntos) Calcula cuántos lotes de cada tipo debe comprar el ayuntamiento para que el gasto sea mínimo.

(0,5 puntos) Halla cuántos geranios, claveles y margaritas adquiere el ayuntamiento con la compra de precio mínimo y di cuántas plantas de cada tipo ha adquirido de más sobre la cantidad mínima.

Programación lineal problema 7

(3 puntos) Para una merienda de cumpleaños queremos preparar dulces de chocolate y de fresa, cuyos ingredientes son 20g de harina, 20g de azúcar y 5g de chocolate (para el dulce de chocolate) y 30g de harina, 10g de azúcar y 5g de fresa (para el dulce de fresa).

Para ello disponemos de 1kg de azúcar, 1.8kg de harina, 250g de fresas y 225g de chocolate.

¿Cuántos dulces de cada clase hay que preparar para que el total de ellos sea máximo? ¿Cuál es el máximo número total de dulces que podremos preparar?

¿Cuánto nos sobrará de cada ingrediente?

Estadística

- **Probabilidad**
- **Inferencia estadística**

Probabilidad 1

Sean A y B dos sucesos independientes tales que P(B) = 0,05 y P(A/B) = 0,35
a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos?
b) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B?

Probabilidad 2

Resuelve razonadamente:

a) **(0,7 puntos)** Siendo A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral tales que:
P (A) = 0,5 P (B) = 0,4 P (A ∪ B) = 0,8
Determina el valor de P (A/B).

b) **(0,6 puntos)** Siendo A y B dos sucesos independientes de un mismo espacio muestral tales que:
P (A) = 0,3 P (B) = 0,8 P (A ∪ B) = 0,24
Determina el valor de P (A ∪ B).

c) **(0,6 puntos)** Sean A y B dos sucesos tales que P (A) = 1/4, P (B/A) = 1/2 y P (A/B) = 1/4. ¿Son entonces A y B sucesos independientes?

d) **(0,6 puntos)** Sean A y B dos sucesos tales que P (A) = 1/3, P (B/A) = 1/2. ¿Son entonces A y B sucesos incompatibles?

Probabilidad 3

a) **(1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que al lanzar dos dados, la suma de sus puntuaciones sea un múltiplo de 4.
b) **(1 punto)** De un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades
$P\left(A^C\right)=0.8, P\left(B^C\right)=0.7, P\left(A \cup B\right)=0.5$
¿Son A y B incompatibles?

Probabilidad 4

Sean A y B dos sucesos independientes tales que P(B) = 0,05 y P(A/B) = 0,35
a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos?
b) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B?

Probabilidad 5

Sean A y B dos sucesos independientes tales que P(A) = 0,80, P(B)=0,60 y P ($A^C \cup B^C$) = 0,52 donde A^C y B^C son los sucesos contrarios de A y B, respectivamente.

a) (1.25 puntos) Calcula P (A ∩ B). Justifica si son independientes o no los sucesos A y B.
b) (1.25 puntos) Formula y calcula las probabilidades de que: "ocurra A y no ocurra B" y "que no ocurra ni A ni B"

Probabilidad 6

Según cierto estudio, el 40 % de los hogares de cierta comunidad autónoma tienen contratado el acceso a internet, el 33 % tiene contratada línea telefónica fija y el 20 % disponen de ambos servicios. Seleccionado un hogar al azar, calcula la probabilidad de que:

a) **(0,7 puntos)** Solo tenga contratada línea telefónica fija.
b) **(0,6 puntos)** Tenga contratado alguno de los dos servicios.
c) **(0,6 puntos)** No tenga contratado ninguno de los dos servicios.
d) **(0,6 puntos)** Tenga contratado solo uno de los dos servicios.

Probabilidad 7

Una enfermedad afecta a un 5 % de la población. Se aplica una prueba diagnóstica para detectar dicha enfermedad, obteniéndose el siguiente resultado: Aplicada a personas que padecen la enfermedad se obtiene un 96 % de resultados positivos, y aplicada a personas que no la padecen se obtiene un 2 % de resultados positivos. Elegida una persona, al azar, y aplicada la prueba:
a) **(1,25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga un resultado positivo?
b) **(1,25 puntos)** Si se obtiene un resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que esta persona no padezca la enfermedad?

Probabilidad 8

Una encuesta revela que el 30% de la población tiene estudios, de los cuales el 12 % no tiene trabajo. Del 70% que no tiene estudios se tiene que un 25% no tiene trabajo. Determina razonadamente:

a) El tanto por ciento de la población que no tiene trabajo
b) La probabilidad de que tenga estudios una persona elegida al azar entre los que tienen trabajo
c) La probabilidad de que tenga estudios una persona elegida al azar entre las que no tienen trabajo

Probabilidad 9

El gerente de una empresa sabe que históricamente el 40% de los nuevos productos lanzados ha sido un éxito y el resto ha sido un fracaso. De entre los que fueron un éxito, el 80% había recibido un informe previo favorable y de entre los que fueron un fracaso, el 30% habían recibido un informe previo favorable. Según estos datos:
a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un nuevo producto tenga un informe favorable y sea un éxito?
b) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un nuevo producto sea un éxito si tiene un informe favorable?

Probabilidad 10

En una empresa, el 45% de los empleados usa el comedor del personal, el 30% usa los transportes de la empresa y el 20% usa ambos servicios. Seleccionado un empleado al azar, se pide:

a) (0,75 puntos) Si usa el servicio de comedor, calcule la probabilidad de que use el servicio de transporte.
b) (0,75 puntos) Si usa el servicio de transporte, calcule la probabilidad de que no use el servicio de comedor.
c) (1 punto) Calcule la probabilidad de que no use ni el servicio de transporte ni el servicio de comedor.

Probabilidad 11

Se elige un número al azar entre el siguiente conjunto:
{225, 201, 162, 210, 180, 172, 156, 193, 218, 167, 176, 222, 215, 120, 190, 171}.

a) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que el número elegido sea impar.
b) **(0.75 puntos)** Si el número elegido es múltiplo de 5, ¿cuál es la probabilidad de que sea mayor que 200?
c) **(0.75 puntos)** Determine si son independientes los sucesos S: “el número elegido es mayor que 200” y T: “el número elegido es par”.
d) **(0.5 puntos)** Halle la probabilidad del suceso S U T.

Probabilidad 12

Una enfermedad afecta a un 5 % de la población. Se aplica una prueba diagnóstica para detectar dicha enfermedad, obteniéndose el siguiente resultado: Aplicada a personas que padecen la enfermedad se obtiene un 96 % de resultados positivos, y aplicada a personas que no la padecen se obtiene un 2 % de resultados positivos. Elegida una persona, al azar, y aplicada la prueba:
a) **(1,25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga un resultado positivo?
b) **(1,25 puntos)** Si se obtiene un resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que esta persona no padezca la enfermedad?

Probabilidad 13

Tres máquinas M1, M2 y M3, producen 45 %, 30 % y 25 %, respectivamente, del total de las piezas producidas en una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son del 3 %, 4 % y 5 % respectivamente. Seleccionada una pieza al azar:

a) ¿Qué probabilidad hay de que sea defectuosa?
b) Si la pieza es defectuosa, ¿qué probabilidad hay de haber sido producida por la máquina M2?
c) ¿Qué máquina tiene la mayor probabilidad de haber producido la citada pieza defectuosa?

Probabilidad 14

Se sabe que el diámetro de las naranjas de una huerta sigue una distribución normal, de media 7 cm y desviación típica 2 cm.
a) Si selecciona aleatoriamente una naranja ¿cuál es la probabilidad de que su diámetro esté comprendido entre 6 y 8 cm?
b) En un lote de 1000 ¿cuántas naranjas tendrán un diámetro mayor de 8 cm?
c) Para su venta se envasan las naranjas en bolsas de 10 unidades. ¿cuál es la probabilidad de que haya más de una naranja que mida menos de 6 cm?

Probabilidad 15

a) (1.5 puntos) Calcule la probabilidad de que al lanzar dos dados, la suma de sus puntuaciones sea un múltiplo de 4.
b) (1 punto) De un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades

$$P(AC) = 0.8, \quad P(BC) = 0.7, \quad P(A \text{ U } B) = 0.5$$

¿Son A y B incompatibles?

Inferencia 1

Se sabe que el diámetro de las naranjas de una huerta sigue una distribución normal, de media 7 cm y desviación típica 2 cm.
a) **(1 punto)** Si selecciona aleatoriamente una naranja ¿cuál es la probabilidad de que su diámetro esté comprendido entre 6 y 8 cm?
b) **(0,75 puntos)** En un lote de 1000 ¿cuántas naranjas tendrán un diámetro mayor de 8 cm?
c) **(0, 75 puntos)** Para su venta se envasan las naranjas en bolsas de 10 unidades. ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de una naranja que mida menos de 6 cm?

Inferencia 2

En el año 2015, en la comunidad de Andalucía se produjeron 64681 nacimientos en distintas clínicas de maternidad y hospitales. Sabiendo que el peso medio de los recién nacidos en esta comunidad se distribuye según una normal de media 3200 g y desviación típica de 125 g, se pide:
a) **(0,75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido pese más de 3,4 kg?
b) **(0,75 puntos)**¿Qué distribución seguirán las medias muestrales de recién nacidos de tamaño 100?
c) **(0,75 puntos)**¿Cuál es la probabilidad de que la media de una muestra de 100 recién nacidos sea superior a 3,170 kg?
d) **(0,75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la media de una muestra de 100 recién nacidos esté comprendida entre 3,180 kg y 3,210 kg?

Inferencia 3

Una empresa que fabrica vasos, desea averiguar el porcentaje de vasos defectuosos en su producción. Para ello, toma una muestra aleatoria de 200 vasos, de los cuales 16 resultan ser defectuosos.
a) **(1,25 puntos)** Estima la proporción de vasos defectuosos que produce la empresa mediante un intervalo de confianza del 99 %. ¿Cuál será el error cometido?
b) **(1,25 puntos)** ¿Cuántos vasos se deberían revisar para conseguir que el error máximo cometido fuera de un 3 % manteniendo el mismo nivel de confianza?

Inferencia 4

Se desea estudiar el gasto semanal en fotocopias, en pesetas, de los estudiantes de bachillerato de Palma del Río. Para ello, se ha elegido una muestra aleatoria de 9 de estos estudiantes, resultando los valores siguientes para estos gastos: 100, 150, 90, 70, 75, 105, 200, 120, 80
Se supone que la variable aleatoria objeto de estudio sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica igual a 12. Determínese un intervalo de confianza al 95% para la media del gasto semanal en fotocopias por estudiante

Inferencia 5

El beneficio anual (pérdidas en el caso de valores negativos) de las empresas de una determinada comunidad sigue una distribución normal con una desviación típica de 2 millones de euros.

a) (1,5 puntos) Se elige una muestra aleatoria de 25 empresas y, la media muestral observada es de 0.5 millones. Determine el intervalo de confianza del 95% para el beneficio medio anual de las empresas de esa comunidad.
b) (1 punto) Si se desea obtener un intervalo de confianza del 90% para el beneficio medio con una amplitud de 2 millones de euros, ¿qué tamaño deberá tener la muestra?

Inferencia 6

El volumen de madera en metros cúbicos que se obtiene de un chopo de diez años es una variable aleatoria con distribución normal con media $\mu = 0{,}443$ y desviación típica $\sigma = 0{,}068$.

a) (1.25 puntos) Calcula la probabilidad de que de un chopo de diez años se obtengan más de 0,5 m3 de madera
b) (1.25 puntos) De una chopera con 60 chopos de diez años ¿cuál es la probabilidad de obtener más de 26 m3 de madera?

Inferencia 7

El peso de las lubinas capturadas en cierto puerto pesquero se distribuye normalmente con una media μ y una desviación típica $\sigma = 500$ gramos. Se selecciona una muestra de 25 lubinas del citado puerto.

a) (1.25 puntos) Si se ha obtenido el intervalo de confianza (2083, 2517) para la media μ, calcula el peso medio de las lubinas de la muestra y el error cometido en la estimación.
b) (1.25 puntos) Elegida una lubina al azar de la muestra ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 2500 gramos?

Inferencia 8

Se selección una muestra de deportistas de alto nivel en cierto país. Se les preguntó si la competición les producía problemas de ansiedad. Los datos recogidos fueron los siguientes:

Si, si, no, si, no, no, si, si, no, no, no, si, no, no, si, no, si , no, no, no

Determinar, justificando las respuestas:
a) Un intervalo de confianza al 99% para el porcentaje de deportistas de alto nivel de ese país con problemas de ansiedad ante la competición.
b) El error máximo cometido con la estimación del apartado anterior

Inferencia 9

Se desea estudiar el gasto semanal en fotocopias, en pesetas, de los estudiantes de bachillerato de Palma del Río. Para ello, se ha elegido una muestra aleatoria de 9 de estos estudiantes, resultando los valores siguientes para estos gastos: 100, 150, 90, 70, 75, 105, 200, 120, 80
Se supone que la variable aleatoria objeto de estudio sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica igual a 12. Determínese un intervalo de confianza al 95% para la media del gasto semanal en fotocopias por estudiante

Inferencia 10

Análisis matemático

Análisis 1

a) **(1,25 puntos)** Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x)=\frac{x-1}{\ln(x-1)}\,;\,g(x)=2^{\sqrt{x}}$$

b) **(1,25 puntos)** De una función f se sabe que:

i. $Dom(f)=R-\{-1,1\}$
ii. $f'(x)<0$ en todo su dominio
iii. $f''(x)>0\,en\,(-1,0)\cup(1,\infty)$; $f''(x)<0\,en\,(-\infty,1)\cup(0,1)$; $f''(0)=0$
iv. Tiene asíntota vertical en $x=1$ y $x=-1$
v. Tiene asíntota horizontal $y=0$ en -∞ y en +∞

Dibuja de forma razonada la gráfica de la función.

Análisis 2

a) **(1,25 puntos)** Estudia la monotonía, los extremos relativos y la curvatura de una función *f(x)*, cuya derivada viene dada por:

$$f'(x)=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}\quad .$$

b) **(1,25 puntos)** Calcula la ecuación de la recta tangente a *f(x)* en el punto de abcisa *x* = 3, sabiendo que $f(3)=\frac{-2}{3}$

Análisis 3

Una factoría puede fabricar a lo sumo 20000 kg de cierto producto semanalmente, de forma que los costes de producción, en miles de euros, vienen dados en función de la cantidad de producto en miles de kilogramos por:

$f(x)=2x^2-36x+200\;0\le x\le 20$

a) **(0,8 puntos)** Determina la cantidad que hay que fabricar para que el coste de producción sea mínimo y cuál es ese coste mínimo
b) **(0,8 puntos)** ¿Cuál es el coste de producción máximo? ¿Para qué cantidad de producto se alcanza?
c) **(0,9 puntos)** Calcula para qué valores el coste de producción es superior a 110000 €

Análisis 4

La altura alcanzada por un cohete en su trayectoria viene dada en función del tiempo transcurrido desde su lanzamiento por la expresión:

$$H(t)=\begin{cases} t(a-t) & si \quad 0\le t\le 30 \\ b+ct & si \quad 30<t\le 60 \end{cases}$$

Siendo H(t) la altura en metros alcanzada por el cohete a los t segundos de su lanzamiento. Sabiendo que es una función continua, que a los 20 segundos del lanzamiento el cohete alcanza la altura máxima de 400 metros, y que a los 60 segundos del lanzamiento cae al suelo:

a) **(1,25 puntos)** Determinar, justificando las respuestas, los valores de las constantes a, b y c.
b) **(1,25 puntos)** Representar gráficamente la altura alcanzada por el cohete en función del tiempo transcurrido desde su lanzamiento

Análisis 5

c) **(1 punto)** Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1+3x}}\,;\, g(x)=\ln(1-5x)+e^{7x^2}$$

d) **(1 punto)** Estudia la derivabilidad de la función dada por:

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+4x+7 & si \quad x\le 3 \\ \dfrac{18}{x}+5 & si \quad x>3 \end{cases}$$

Análisis 6

Una explotación ganadera ha estimado que sus beneficios a lo largo de los últimos diez años, dependen del número de años en funcionamiento, de acuerdo con la función:

$$B(x)=-2x^3+30x^2-96x$$

Donde B(x) es el beneficio (en miles de euros) a los x años de funcionamiento. Se pide, justificando las respuestas e interpretando los resultados obtenidos:

a) ¿En qué años fueron máximos y mínimos los beneficios?
b) ¿Cuáles fueron los valores de dichos beneficios máximo y mínimo?
c) Representar de forma aproximada B(x) a lo largo de los últimos 10 años.

Análisis 7

El porcentaje de agua embalsada en cierto pantano a lo largo del año como función de t (tiempo en meses) viene dado por la función:

$$P(t)=\begin{cases} 50+at & si \quad 0\leq t<4 \\ 90 & si \quad 4\leq t<5 \\ b(11-t) & si \quad 5\leq t<9 \\ ct-30 & si \quad 9\leq t\leq 12 \end{cases}$$

Sabiendo que es una función continua, se pide, justificando las respuestas:

a) Determinar los valores de las constantes a, b y c.
b) Representar gráficamente el porcentaje de agua embalsada en función del instante de tiempo a lo largo del año.

Análisis 8

La altura alcanzada por un cohete en su trayectoria viene dada en función del tiempo transcurrido desde su lanzamiento por la expresión:

$$H(t)=\begin{cases} t(a-t) & si \quad 0\leq t\leq 30 \\ b+ct & si \quad 30<t\leq 60 \end{cases}$$

Siendo H(t) la altura en metros alcanzada por el cohete a los t segundos de su lanzamiento. Sabiendo que es una función continua, que a los 20 segundos del lanzamiento el cohete alcanza la altura máxima de 400 metros, y que a los 60 segundos del lanzamiento cae al suelo:

a) Determinar, justificando las respuestas, los valores de las constantes a, b y c.
b) Representar gráficamente la altura alcanzada por el cohete en función del tiempo transcurrido desde su lanzamiento

Análisis 9

a) **(1 punto)** Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1+3x}}; g(x)=\ln(1-5x)+e^{7x^2}$$

b) **(1 punto)** Estudia la derivabilidad de la función dada por:

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+4x+7 & si \quad x\leq 3 \\ \dfrac{18}{x}+5 & si \quad x>3 \end{cases}$$

Análisis 10

a) **(1,25 puntos)** Calcula los valores de los parámetros a, b y c en la función
$$f(x)=ax^3-bx+c \quad ,$$
sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y que tiene un máximo en el punto (1,4)
b) **(1,25 puntos)** Para a = b = c = 1 calcula la ecuación de la recta tangente que pasa por el punto de inflexión

Análisis 11

Dada la función $f(x)=\frac{2x^2}{x^2-1}$, calcula:

a) **(0,5 puntos)** Dominio, puntos de corte con los ejes y asíntotas
b) **(0,75 puntos)** Intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos
c) **(0,75 puntos)** Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión
d) **(1 punto)** Con los datos obtenidos, dibuja su gráfica

Análisis 12

Los beneficios en miles de euros, B, que obtiene una empresa dependen del gasto en publicidad en miles de euros, x, según la siguiente función:

$$B(x)=\begin{cases} 4x+10 & si \quad 0\le x<5 \\ \frac{50x+80}{2x+1} & si \quad x\ge 5 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Justifica que B es una función continua
b) **(1 punto)** ¿A partir de qué gasto en publicidad disminuye el beneficio? ¿Cuál es el máximo beneficio? ¿Para qué valor de gasto en publicidad se alcanza?
c) **(0,5 puntos)** Calcula la asíntota horizontal e interprétala en el contexto del problema