salesianos PALMA DEL RÍO	**Examen de Análisis Matemático**	Colegio Salesiano "San Luís Rey Año Escolar: 2016/2017 Curso 2º Bachillerato 16/05/2017

Ejercicio 1

a) **(1 punto)** Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1+3x}}; \qquad g(x) = \ln(1-5x) + e^{7x^2}$$

b) **(1 punto)** Estudia la derivabilidad de la función dada por:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x + 7 & si \quad x \leq 3 \\ \dfrac{18}{x} + 5 & si \quad x > 3 \end{cases}$$

Ejercicio 2

a) **(1,25 puntos)** Calcula los valores de los parámetros a, b y c en la función

$$f(x) = ax^3 - bx + c,$$

sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y que tiene un máximo en el punto (1,4)

b) **(1,25 puntos)** Para a = b = c = 1 calcula la ecuación de la recta tangente que pasa por el punto de inflexión

Ejercicio 3

Dada la función $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$, calcula:

a) **(0,5 puntos)** Dominio, puntos de corte con los ejes y asíntotas
b) **(0,75 puntos)** Intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos
c) **(0,75 puntos)** Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión
d) **(1 punto)** Con los datos obtenidos, dibuja su gráfica

Ejercicio 4

Los beneficios en miles de euros, B, que obtiene una empresa dependen del gasto en publicidad en miles de euros, x, según la siguiente función:

$$B(x) = \begin{cases} 4x + 10 & si \quad 0 \leq x < 5 \\ \dfrac{50x + 80}{2x + 1} & si \quad x \geq 5 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Justifica que B es una función continua
b) **(1 punto)** ¿A partir de qué gasto en publicidad disminuye el beneficio? ¿Cuál es el máximo beneficio? ¿Para qué valor de gasto en publicidad se alcanza?
c) **(0,5 puntos)** Calcula la asíntota horizontal e interprétala en el contexto del problema

Una explotación ganadera ha estimado que sus beneficios a lo largo de los últimos diez años, dependen del número de años en funcionamiento, de acuerdo con la función:

$$B(x) = -2x^3 + 30x^2 - 96x$$

Donde B(x) es el beneficio (en miles de euros) a los x años de funcionamiento. Se pide, justificando las respuestas e interpretando los resultados obtenidos:

a) ¿En qué años fueron máximos y mínimos los beneficios?
b) ¿Cuáles fueron los valores de dichos beneficios máximo y mínimo?
c) Representar de forma aproximada B(x) a lo largo de los últimos 10 años.

Consideramos la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + b & si \quad x \leq -1 \\ 3x^2 + 4 & si \quad -1 < x < 1 \\ -x^3 + 8 & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

d) Calcula el valor del parámetro b para que f(x) sea continua.
e) Para b=6, estudia la derivabilidad de f(x) en (0,2) y representa su gráfica

El porcentaje de agua embalsada en cierto pantano a lo largo del año como función de t (tiempo en meses) viene dado por la función:

$$P(t) = \begin{cases} 50 + at & si \quad 0 \leq t < 4 \\ 90 & si \quad 4 \leq t < 5 \\ b(11 - t) & si \quad 5 \leq t < 9 \\ ct - 30 & si \quad 9 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

Sabiendo que es una función continua, se pide, justificando las respuestas:

a) Determinar los valores de las constantes a, b y c.
b) Representar gráficamente el porcentaje de agua embalsada en función del instante de tiempo a lo largo del año.

La altura alcanzada por un cohete en su trayectoria viene dada en función del tiempo transcurrido desde su lanzamiento por la expresión:

$$H(t) = \begin{cases} t(a - t) & si \quad 0 \leq t \leq 30 \\ b + ct & si \quad 30 < t \leq 60 \end{cases}$$

Siendo H(t) la altura en metros alcanzada por el cohete a los t segundos de su lanzamiento. Sabiendo que es una función continua, que a los 20 segundos del lanzamiento el cohete alcanza la altura máxima de 400 metros, y que a los 60 segundos del lanzamiento cae al suelo:

a) Determinar, justificando las respuestas, los valores de las constantes a, b y c.
b) Representar gráficamente la altura alcanzada por el cohete en función del tiempo transcurrido desde su lanzamiento