1.- a) (1.5 puntos) Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones que dé solución al siguiente problema: Un inversor compró acciones de las empresas A, B y C por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en C el doble que en A. Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6 % de beneficio, la B el 8 % y la C el 10 %. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa ?

b) (1.5 puntos) Resuelva la ecuación

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2+x & x \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

2.- Sean las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $N = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

a) (0.75 puntos) Calcule la matriz $A = M \cdot M^t - 5M$; (M^t indica la traspuesta de M).
b) (2.25 puntos) Calcule la matriz $B = M^{-1}$ y resuelva la ecuación $N + X \cdot M = M \cdot B$, donde X es una matriz 2 x 2.

3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$x\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

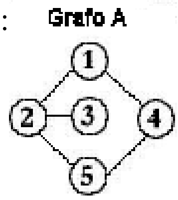
a) **(2 puntos)** Exprésalo en la forma matricial AX = B y calcula la matriz inversa de A
b) **(1 punto)** Resuélvelo

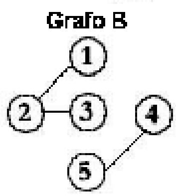
4.- a) **(1 punto)** Sean A, B y C matrices con 2, 3 y 2 filas respectivamente. Sabiendo que el producto de matrices A·B·C es posible y que el resultado es una matriz con 4 columnas, halla las dimensiones de dichas matrices.

b) **(1 punto)** Halla la matriz X que verifica $I_2 - 2X = A\cdot(A-B^t)$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

5.- a) **(1 punto)** Dados los grafos siguientes:





Escribe la matriz de adyacencia asociada a cada uno de ellos.

b) **(1 punto)** Si las matrices C y D unen los nodos numerados con las etiquetas 1, 2 y 3, representa los grafos asociados a dichas matrices de adyacencia.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

6.- Un tanque de un camión de 10.000 litros de volumen se llenó con agua procedente de dos depósitos de almacenamiento, A y B. El agua del depósito A se bombeó a dicho tanque a razón de 20 litros por minuto. El agua del depósito B se bombeó a dicho tanque a razón de 30 litros por minuto. Ambas bombas operaron el mismo tiempo; sin embargo, a causa de un fusible fundido, la bomba A estuvo parada 10 minutos. ¿Cuántos litros de cada depósito de almacenamiento se utilizaron para llenar el tanque del camión?

7.- Calcular la matriz X tal que AX = A + B siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8.- Una compañía fabricó tres tipos de muebles: sillas, mecedoras y sofás. Para la fabricación de cada uno de estos tipos se necesitó la utilización de unidades de madera, plástico y aluminio tal y como se indica en la tabla siguiente.

	Madera	Plástico	Aluminio
Silla	1 unidad	1 unidad	2 unidades
Mecedora	1 unidad	1 unidad	3 unidades
Sofá	1 unidad	2 unidades	5 unidades

La compañía tenía en existencia 400 unidades de madera, 600 unidades de plástico y 1500 unidades de aluminio. Si la compañía utilizó todas sus existencias, ¿cuántas sillas, mecedoras y sofás fabricó?

9.- a) Considerar una matriz A de orden m x n con m$\neq$ n. Razonar si se puede calcular la expresión $AA^t - A^tA$ siendo A^t l traspuesta de A.

b) Considerar la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Resolver el sistema de ecuaciones lineales homogéneo cuya matriz de coeficientes es A^{t}A.

11.- Resolver la ecuación matricial $AX - X^t = B$, siendo A y B las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

12.- Calcula el rango de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 9 \\ 1 & 4 & 1 \\ 3 & -10 & 7 \\ -2 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

13.- Con 450 gramos de medicamento se fabricaron 60 pastillas de tres tipos: grandes, medianas y pequeñas. Las pastillas grandes pesan 20 gramos, las medianas 10 gramos y las pequeñas 5 gramos. Si el total de pastillas grandes y medianas es la mitad del número de pastillas pequeñas, ¿cuántas se fabricaron de cada tipo?

14.- Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 10000 \\ x - \frac{2}{3}y - 200 &= 0 \end{aligned}\right\} ,$$

expresarlo en la forma matricial AX = B, calcular la matriz inversa de A y resolverlo.

15.- Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix} \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) Calcúlese el valor de λ tal que det(A – λI) = 0 siendo I la matriz identidad.
b) Para ese valor de λ determínense las soluciones del sistema dado por la ecuación AX = λX.